



## PROYECTO CLUB GEOGEBRA: UNA RESPUESTA A LA NECESIDAD DE CONSTITUCIÓN COMO ACTORES DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Irene V. Sánchez-Noroño<sup>1</sup>

 ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9176-0125>

Ivonne C. Sánchez S.<sup>2</sup>

 ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-2485-1059>

Rafael Enrique Gutiérrez Araujo<sup>3</sup>

 ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4003-8324>

Stephanie Díaz-Urdaneta<sup>4</sup>

 ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8335-2022>

Juan Luis Prieto G.<sup>5</sup>

 ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0798-5191>

Luis Andrés Castillo B.<sup>6</sup>

 ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-5174-9148>

### RESUMEN

El Proyecto Club GeoGebra (PCG) es una iniciativa escolar dirigida al fomento del aprendizaje de contenidos geométricos mediante el uso del software GeoGebra. Este trabajo tiene por objetivo describir cómo el PCG se fue constituyendo en una instancia social de atención a nuestras necesidades como actores de la Educación Matemática (EM). Para ello, presentamos un resumen de la implementación del PCG en las instituciones escolares participantes, caracterizamos las actividades de elaboración de simuladores con GeoGebra (fundamentales en el proyecto), describimos el itinerario de investigación en torno a estas actividades y analizamos episodios de nuestros encuentros como responsables del PCG, en los que identificamos cualidades que, a nuestro parecer, le son propias a un actor de la EM. Concluimos este trabajo confiando en que la implementación del PCG en otros espacios es posible y que podría contribuir con las demandas de formación en geometría de nuestros ciudadanos.

<sup>1</sup> Magister Scientiarum en Matemática Mención Docencia por la Universidad del Zulia (LUZ). Académica de la Universidad Arturo Prat (UNAP), Coordinadora de Investigación de la Asociación Aprender en Red. Iquique, Tarapacá, Chile. E-mail: [irenorono@gmail.com](mailto:irenorono@gmail.com).

<sup>2</sup> Magister en Educación en Ciencias y Matemática por la Universidade Federal do Pará (UFPA). Coordinadora Administrativa de la Asociación Aprender en Red. Belém, Pará, Brasil. E-mail: [ivonne.s.1812@gmail.com](mailto:ivonne.s.1812@gmail.com).

<sup>3</sup> Magister en Enseñanza e Historia de las Ciencias y de la Matemática por la Universidade Federal do ABC (UFABC). Coordinador de Formación de la Asociación Aprender en Red. Santo André, São Paulo, Brasil. E-mail: [rafael.gutierrez0593@gmail.com](mailto:rafael.gutierrez0593@gmail.com).

<sup>4</sup> Magister en Educación en Ciencias y Matemática por la Universidade Federal do Paraná (UFPR). Secretaria de la Asociación Aprender en Red. Curitiba, Paraná, Brasil. E-mail: [stephaniediazurdaneta@gmail.com](mailto:stephaniediazurdaneta@gmail.com).

<sup>5</sup> Máster en Nuevas Tecnologías Aplicadas a la Educación por la Universidad Autónoma de Barcelona (UAB). Coordinador General de la Asociación Aprender en Red. Osorno, Los Lagos, Chile. E-mail: [juanl.prietog@gmail.com](mailto:juanl.prietog@gmail.com).

<sup>6</sup> Magister en Educación en Ciencias y Matemática por la Universidade Federal do Pará (UFPA). Coordinador de Tecnologías Digitales y Soporte de la Asociación Aprender en Red. Belém, Pará, Brasil. E-mail: [luiscastleb@gmail.com](mailto:luiscastleb@gmail.com).

**Palabras clave:** Geometría; Identidad Profesional; Pensamiento Crítico; Profesión Docente; Proyectos Educativos; Tecnología Digital.

## **GEOGEBRA CLUB PROJECT: A RESPONSE TO THE NEED FOR CONSTITUTION AS ACTORS OF MATHEMATICAL EDUCATION**

### **ABSTRACT**

The GeoGebra Club Project (GCP) is a school initiative aimed at promoting the learning of geometric contents through the use of GeoGebra software. This work aims to describe how the GCP became a social instance of attention to our needs as actors of Mathematics Education (ME). For this, we present a summary of the implementation of the GCP in the participating school institutions, we characterize the simulation activities with GeoGebra (fundamental in the project), we describe the research itinerary around these activities and we analyze episodes of our meetings as responsible for the PCG, where we identify qualities that, in our opinion, belong to an actor of the ME. We conclude this work by trusting that the implementation of the GCP in other spaces is possible and that it could contribute to the geometry training demands of our citizen.

**Keywords:** Geometry; Professional Identity; Critical Thinking; Teaching Profession; Educational Projects; Digital Technology.

## **PROJETO CLUB GEOGEBRA: UMA RESPOSTA À NECESSIDADE DE CONSTITUIÇÃO COMO ATORES DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

### **RESUMO**

O Projeto Club GeoGebra (PCG) é uma iniciativa escolar orientada à promoção da aprendizagem de conteúdos geométricos mediante o uso do *software* GeoGebra. Este artigo objetiva descrever como o PCG foi se constituindo em uma instância social de atenção às nossas necessidades enquanto atores da Educação Matemática (EM). Para tal, apresentamos um resumo da implementação do PCG nas instituições escolares participantes, caracterizamos as atividades de elaboração de simuladores com o *software* GeoGebra (fundamentais no projeto), descrevemos o itinerário de pesquisa em torno dessas atividades e analisamos episódios de nossos encontros como responsáveis do PCG, nos quais identificamos qualidades que, a nosso parecer, são próprias de um ator da EM. Concluímos este artigo confiando em que a implementação do PCG em outros espaços é possível e que poderia contribuir com as demandas de formação em geometria dos nossos cidadãos.

**Palavras-chave:** Geometria; Identidade profissional; Pensamento crítico; Profissão Docente; Projetos Educacionais; Tecnologia Digital.

### **INTRODUCCIÓN**

*Los hombres [y las mujeres] no se hacen en el silencio, sino en la palabra, en el trabajo, en la acción, en la reflexión*  
Paulo Freire (2005, p. 106).

El objetivo de este trabajo es describir la manera en que el Proyecto Club GeoGebra (PCG) se fue constituyendo en una instancia social de atención a nuestras necesidades como actores de la Educación Matemática, dentro de una cultura escolar particular en Venezuela. Por actor de la Educación Matemática entendemos

al sujeto histórico que siente, piensa y actúa en favor de contribuir con soluciones concretas a los problemas del aprendizaje y de la enseñanza de las matemáticas que le afectan, ya sea desde la perspectiva de un profesor, de un investigador o de ambas. Esta visión de un actor educativo está inspirada en una concepción política y emancipadora de la educación, desde la cual los profesores deben desarrollar no sólo una comprensión de las circunstancias en que se producen los procesos de enseñanza-aprendizaje, sino que, “[...] en unión con los alumnos y alumnas, deben desarrollar también las bases para la crítica y la transformación de las prácticas sociales que se constituyen alrededor de la escuela” (CONTRERAS, 2011, p. 118).

Para lograr el objetivo del trabajo, partimos reconociendo nuestra condición de seres humanos en interacción permanente con el mundo de la escuela. En tal sentido, nos remitimos a la concepción antropológica del ser humano planteada por la filosofía del materialismo dialéctico, la cual asume al sujeto como parte de la naturaleza, es decir, como un ser natural (RADFORD, 2017b). Para este autor, que los seres humanos sean seres naturales significa que son “seres sensibles, inevitablemente afectados por las otras partes de la naturaleza” (RADFORD, 2017b, p. 247). Esta concepción del ser humano conlleva a considerar la existencia de este sujeto en el mundo que repercute en su constitución. Al respecto, Radford (2017b) afirma:

La existencia del individuo [en el mundo] no puede ser concebida como una entidad substancial, producida a partir de dentro, conforme articulado por la tendencia humanista del Iluminismo. La existencia del individuo es completamente relacional. Parece ser profundamente vinculada a un conjunto de relaciones con otras partes de la naturaleza -incluyendo naturaleza de relaciones sociales- y se basa en condiciones de vida constituidas culturalmente e históricamente. En esta línea de pensamiento, de ser un ser natural significa también que, como otros seres vivos naturales, los seres humanos son (1) seres de necesidades que (2) encuentran su satisfacción en objetos fuera de sí mismos (RADFORD, 2017b, p. 247-248, traducción nuestra del original).

Detrás de esta concepción del sujeto, subyacen dos ideas importantes. Por un lado, las necesidades (artísticas, espirituales o de otra índole) son creadas por/en la sociedad. Por otro lado, los seres humanos buscan satisfacer sus necesidades fuera de sí mismos, involucrándose activamente en el mundo. Al hacer esto, los sujetos producen aquello que satisface sus necesidades en un

[...] proceso social que es, al mismo tiempo, el proceso de la inscripción de los individuos en el mundo social y la producción de su propia existencia. El nombre de dicho proceso es precisamente la actividad (RADFORD, 2018, p. 4).

A partir de estas ideas, quienes formamos parte de la Asociación Aprender en Red (AAR) nos asumimos como seres naturales, sensibles y afectados por diversos problemas inherentes a nuestra realidad particular: la que corresponde a una cultura académica universitaria. Por ejemplo, hasta mediados de 2013, ninguno de los miembros de nuestro colectivo tenía participación como profesor en las instituciones escolares de la región, ya que algunos realizaban docencia en el nivel universitario y otros cursaban los primeros años de su formación inicial. Este problema, así como otros conexos, fue creando en nosotros la necesidad de aproximarnos a la escuela como profesores para vivenciarla, descubrirla, padecerla, comprenderla y contribuir con la transformación de los modos de producción del saber matemático en su seno.

Guiados por esta necesidad, decidimos involucrarnos en un proceso social de inscripción en la cultura escolar de la Educación Media (12-17 años) de Venezuela en nuestra región, mediante el despliegue de una serie de acciones orientadas hacia la planificación, ejecución, valoración y socialización del PCG. La estrategia adoptada para hacer esto consistió en proponer este proyecto ante la Coordinación de Servicio Comunitario de la Facultad de Humanidades y Educación de la Universidad del Zulia, como una opción para que algunos miembros de la AAR pudieran realizar el servicio comunitario obligatorio, en cumplimiento de lo establecido en la Gaceta Oficial No. 38.272, referida a la Ley de Servicio Comunitario del Estudiante de Educación Superior.

## **LA IMPLEMENTACIÓN DEL PCG EN LA PRÁCTICA CONCRETA**

El PCG se hizo operativo mediante la conformación y puesta en marcha de los llamados Clubes GeoGebra (CGs): pequeños grupos de trabajo integrados por alumnos de una misma escuela y un profesor (o futuro profesor) de matemáticas. En concreto, un CG se concibe como un espacio social de desarrollo de actividades de Elaboración de Simuladores con GeoGebra (ESG), las cuales se describen en el siguiente apartado. A través de estas actividades, el PCG buscaba desarrollar la creatividad, la independencia del pensamiento y la acción colaborativa de los alumnos y profesores que participaban en estos espacios. Durante los 4 años de funcionamiento del PCG (2013-2017) se abrieron 15 CGs, distribuidos en 6 municipios del estado Zulia, al occidente de Venezuela.

Debido a que los CGs funcionaban en instituciones educativas con dinámicas particulares, el trabajo en estos espacios estuvo condicionado por ciertas prácticas de la cultura escolar venezolana que afectaban el desarrollo del proyecto. Para prevenir situaciones adversas, decidimos organizar el desarrollo del PCG en tres momentos: (1) conformación de los CGs: el promotor establece contacto con la directiva de la institución para definir las condiciones de funcionamiento del club, desde su

lanzamiento hasta los espacios y materiales de trabajo; (2) funcionamiento de los CGs: se realizan los encuentros de trabajo con los estudiantes, en los cuales se producen actividades de ESG; y (3) socialización de las experiencias de producción: se deriva la realización de un evento académico anual para compartir las experiencias de ESG en los CGs, con énfasis en la comprensión de la producción de los dibujos dinámicos.

En la web de nuestra asociación, el lector podrá encontrar más información sobre la implementación del PCG: <http://aprenderenred.com.ve/clubgeogebra>.

## **LA ELABORACIÓN DE SIMULADORES CON GEOGEBRA**

En líneas generales, la ESG comprende la realización de un conjunto de actividades desplegadas en los encuentros de los CGs, atendiendo al momento de funcionamiento del PCG. Antes de continuar con la descripción de la ESG, nos parece conveniente precisar lo que en este documento entendemos por actividad.

### **El concepto de actividad**

Al inicio de este texto mencionamos que la actividad, según la filosofía del materialismo dialéctico, es el proceso social mediante el cual el ser humano se inscribe en el mundo y produce su propia existencia. Aplicando este concepto al aula de matemáticas, la Teoría de la Objetivación (TO) (RADFORD, 2014) asume la actividad como “[...] una forma de vida, algo orgánico y sistémico, un evento creado por una búsqueda común – es decir una búsqueda con otros – de la solución a un problema planteado, búsqueda que es, al mismo tiempo, cognitiva, emocional y ética” (RADFORD, 2017a, p. 125). Esta búsqueda común se entiende, precisamente, como “eso que profesores y estudiantes producen juntos en el aula, trabajando hombro con hombro (por ejemplo, una o varias maneras de plantear y/o resolver un problema, realizar una demostración, etc.)” (RADFORD, 2020, p. 35-36).

Para traer estas ideas al contexto escolar, imaginemos a un profesor que, motivado por la necesidad de promover el aprendizaje de procedimientos de construcción de polígonos con regla y compás, solicita a sus alumnos que construyan un triángulo equilátero cuyos lados midan 5 cm. En estas circunstancias, la actividad es ese evento de producción conjunta del profesor y los alumnos de un dibujo geométrico particular del triángulo que cumpla con las condiciones dadas. En esta actividad, el dibujo geométrico es la obra común y el aprendizaje de su proceso de construcción el objeto de esa actividad.

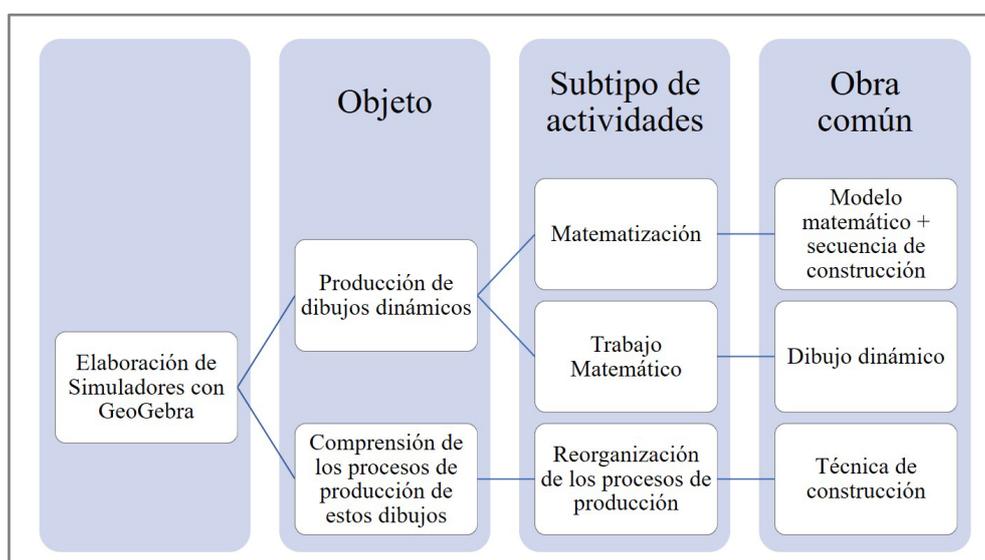
Como podemos notar en el ejemplo, el objeto y la obra común son dos elementos que caracterizan la actividad humana en general y la actividad del aula

de matemáticas en particular. En la siguiente sección, definimos la ESG en función del concepto de actividad y de las ideas de objeto y obra común.

## La ESG como un conjunto de actividades

Considerando lo anterior, definimos la ESG como un conjunto de actividades creadas por la necesidad de promover aprendizaje geométrico en los alumnos participantes del PCG, e impulsadas por dos objetos, a saber: (i) la producción de dibujos dinámicos con el software GeoGebra, y (ii) la comprensión de los procesos de producción de estos dibujos. Vista así, la ESG no se orienta hacia una única obra común. De hecho, la ESG se compone de diferentes tipos de actividades, conforme lo ilustra la Figura 1.

**Figura 1** – La ESG con énfasis en sus objetos, subtipos de actividades y obra común



**Fuente:** Elaboración propia.

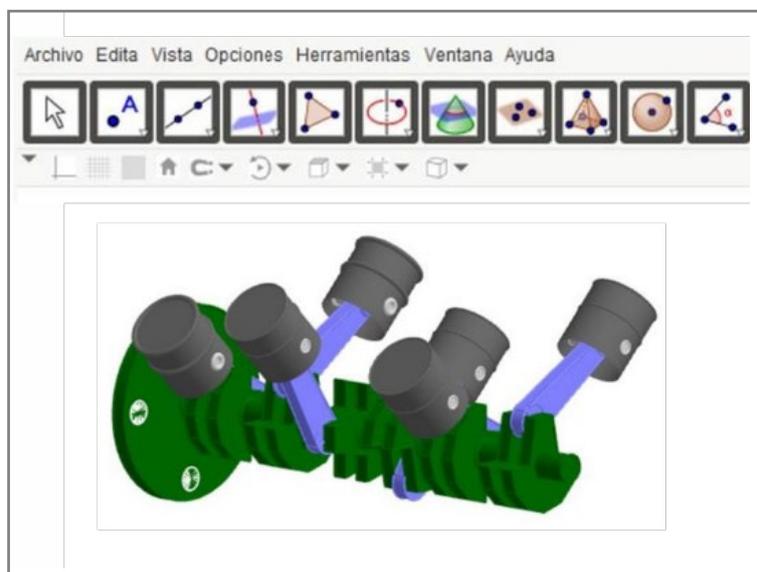
En los siguientes sub-apartados, explicamos los dos objetos de la ESG y los tipos de actividades correspondientes.

### La producción de los dibujos dinámicos

El objeto de las primeras actividades de ESG en un CG es la producción de dibujos dinámicos con el GeoGebra. Un dibujo dinámico es un dibujo geométrico producido por medio de un software dinámico, que conserva las propiedades espaciales que le fueron impuestas en su construcción cuando es desplazado o arrastrado por alguno de sus elementos libres (LABORDE, 1997). Hemos convenido en llamar simulador con GeoGebra al conjunto de dibujos dinámicos creados con el

software que permite representar un fenómeno de la realidad que es del interés de los alumnos de un CG. La Figura 2 muestra un ejemplo de este tipo de simulador.

**Figura 2** – Simulador de un motor V6 elaborado con el software GeoGebra



**Fuente:** González (2017).

Para producir un simulador, los alumnos de los CGs despliegan una secuencia de actividades que clasificamos en dos subtipos, según el tipo de obra común que se logre (GUTIÉRREZ; PRIETO; ORTIZ, 2017). En el primer subtipo situamos las actividades de ESG cuyo producto es la traducción, en términos geométricos, del boceto de alguna parte que compone al fenómeno de la simulación. En este caso, la obra común se manifiesta en el modelo matemático producido durante la actividad y el establecimiento de una secuencia de construcciones con GeoGebra que son atendidas en las demás actividades. El segundo subtipo corresponde a aquellas actividades que resultan en la producción del dibujo dinámico correspondiente al modelo matemático elaborado anteriormente. Usamos los términos matemización y trabajo matemático para referirnos al primer y segundo subtipo de actividad, respectivamente (cf. Figura 1).

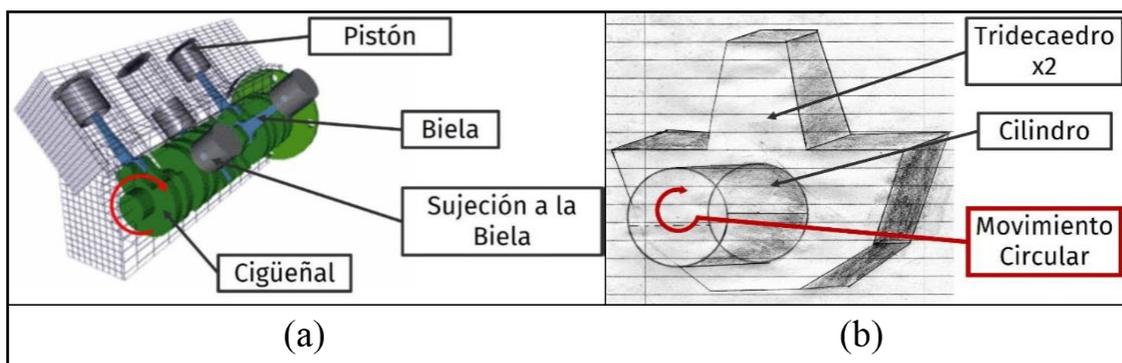
Por consenso entre los promotores del PCG, existe un modo prototípico de producir el modelo matemático que asociamos a las actividades de matemización. En este modelo: (i) se selecciona la parte del fenómeno a simular, (ii) se dibuja un boceto de esta parte, (iii) se identifican sobre el boceto los objetos geométricos que representan las formas y movimientos característicos de la pieza, (iv) se establece una secuencia de tareas de construcción de estos objetos, y (v) se realizan las tres últimas acciones para la siguiente pieza.

Retomando el ejemplo de la Figura 2, la acción (i) se ve reflejada en la decisión de representar una porción del cigüeñal del motor V6 (Figura 3a). Luego, para dar

cuenta de las acciones (ii) y (iii), se decide elaborar un boceto de la pieza seleccionada e identificar sobre éste los objetos geométricos que representen mejor las formas y movimientos señalados en el boceto correspondiente (Figura 3b). Para atender la acción (iv), se acuerda la siguiente secuencia de tareas de construcción:

- Tarea 1: construir un cilindro a partir del centro de una de sus bases;
- Tarea 2: construir un tridecaedro a partir de un punto exterior de una de sus caras.

**Figura 3** – Ejemplo de acciones correspondientes a actividades del subtipo matematización

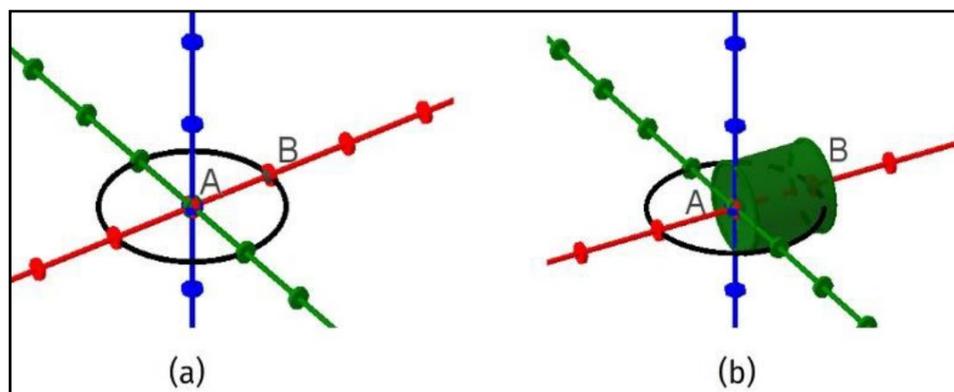


**Fuente:** Adaptada de González (2017).

De forma análoga, se ha establecido una forma prototípica de actuar para elaborar el dibujo dinámico correspondiente a un modelo matemático en donde, para cada tarea de la secuencia: (i) se selecciona la herramienta del GeoGebra que permite construir el objeto geométrico esperado, (ii) se identifica sobre la pantalla la presencia o ausencia de cada elemento requerido por la herramienta para construir el objeto en cuestión, (iii) se construyen los elementos faltantes aplicando una estrategia determinada, (iv) se aplica la herramienta del software, (v) se valida la consistencia de la construcción aplicando la prueba del arrastre, y (vi) se realiza lo anterior para el caso de los objetos geométricos de la siguiente tarea, hasta producir el dibujo dinámico (PRIETO; ORTIZ, 2019).

Volviendo al ejemplo del motor V6, la acción (i) se ve reflejada en la decisión de usar la herramienta Cilindro para resolver la tarea 1: construir un cilindro a partir del centro de una de sus bases. En atención a la acción (ii), se reconoce la ausencia de los elementos que solicita la herramienta Cilindro (dos puntos y radio) para construir ese objeto geométrico en la vista gráfica del GeoGebra (se trataba de la primera tarea de la secuencia). Por lo tanto, se construyen esos elementos (acción iii, ver Figura 4a) y, consecuentemente, se aplica la herramienta en cuestión (acción iv) para construir el cilindro de la Figura 4b. Finalmente, los involucrados se dispusieron a validar la construcción (acción v) (la cual pasó la prueba del arrastre) y, como lo establece la acción (vi), ejecutaron todo lo anterior para el resto de los objetos de la secuencia.

**Figura 4** – Ejemplo de acciones correspondientes a actividades de trabajo matemático



Fuente: González (2017).

La comprensión de los procesos de producción de los dibujos dinámicos

Inicialmente, las actividades de ESG estaban orientadas exclusivamente a la producción de los dibujos dinámicos, conforme hemos explicado anteriormente. Sin embargo, nosotros (los promotores) comenzamos a identificar un problema que era recurrente en los diferentes CGs. Específicamente, notamos que los alumnos de estos clubes presentaban dificultades al momento de comunicar sus procedimientos de construcción geométrica, tiempo después de haberlos ejecutado durante las actividades de ESG. Evidencias de lo anterior han sido reportadas por Sánchez y Prieto (2019), al mostrar las dificultades que presentó un alumno al comunicar, a un promotor ajeno a su CG, la forma de resolver las tareas de construcción de su proyecto de simulación. Por así decirlo, esta dificultad de comunicación era el reflejo de la poca comprensión que algunos de nuestros alumnos presentaban sobre sus propios procesos de producción de dibujos dinámicos.

9

---

En respuesta al problema anterior, decidimos concebir un segundo conjunto de actividades que debían formar parte de la ESG, cuyo objeto fuese la comprensión de los procesos de producción de dibujos dinámicos, una vez que éstos fuesen producidos. En estas actividades, profesores y alumnos laboran conjuntamente para producir, por un lado, la descripción del procedimiento seguido para resolver cada tarea de construcción y, por otro, la justificación de ese procedimiento. Decidimos denominar técnica de construcción a ese procedimiento de construcción empleado en la producción de un dibujo dinámico (SÁNCHEZ-N; PRIETO, 2017).

Por consenso entre los promotores del PCG, existe un modo ideal de producir la técnica de construcción de los dibujos dinámicos previamente obtenidos. Según este modo, profesores y alumnos retornan al procedimiento de construcción desplegado para reorganizarlo en pasos (asociados a los elementos requeridos por la herramienta

o funcionalidad del GeoGebra seleccionada para construir determinado objeto geométrico) y acciones (aquellas construcciones geométricas que auxilian la realización de cada uno de los pasos). De ese modo, la técnica de construcción que profesores y alumnos producen en su labor conjunta está compuesta por tales pasos y acciones, que van emergiendo en la actividad a medida que estos sujetos discuten la totalidad del procedimiento de producción de un dibujo dinámico, movilizándolo para ello una variedad de saberes geométricos.

Retomando el ejemplo del motor V6, la Figura 5 muestra los pasos y las acciones de la técnica de construcción producida para resolver la tarea 1.

**Figura 5** – Ejemplo de una técnica de construcción producida en actividades de ESG

Tarea de construcción: construir un cilindro a partir del centro de una de sus bases (punto A) Herramienta del GeoGebra utilizada: Cilindro Definición de la herramienta: dos puntos (creados o no), radio
Paso 1. Determinar los centros de la base del cilindro. 1.1. Se localizó el punto A en la intersección de los ejes coordenados del sistema (primer centro). 1.2. Se construyó una circunferencia “a” con centro en A, dirección el eje z y radio igual a una medida “patrón” definida previamente. 1.3. Se interceptó la circunferencia “a” con el eje x, obteniendo el punto B (segundo centro).
Paso 2. Aplicar la herramienta de cilindro 2.1. Se dibujó el cilindro con centro en los puntos A y B, usando como radio la medida patrón.

**Fuente:** Elaboración propia.

De acuerdo con la descripción de la ESG en este apartado, consideramos que nuestra participación en la orientación de tales actividades es una muestra de cómo el PCG representó una instancia social de atención a nuestras necesidades como profesores de matemática, siempre en devenir. En el siguiente apartado, daremos cuenta de cómo el PCG se constituyó en esa misma instancia, en atención a ser investigadores de la práctica educativa.

## UN ITINERARIO DE INVESTIGACIÓN ALREDEDOR DE LA ESG

Una vez que hemos dado cuenta de cómo el PCG se ha constituido en un espacio de expresión de nuestra condición como profesores de matemáticas, en este apartado describimos cómo el proyecto se constituye también en la oportunidad para expresar nuestra condición de potenciales investigadores del campo de la Educación Matemática. Para entender este proceso, consideramos importante destacar la actitud de reflexión crítica que manteníamos con nuestras acciones dentro del PCG y que mantuvimos presente desde nuestro inicio como colectivo. Por así decirlo, siempre

fuimos conscientes de la necesidad de someter nuestro trabajo a procesos de reflexión y evaluación permanente, a fin de transformar esa realidad y transformarnos en ese mismo proceso. Con todo y ello, reconocemos que, en los momentos iniciales del PCG, esta actitud de reflexión crítica que manteníamos como grupo estuvo apoyada básicamente sólo en nuestras propias experiencias y vivencias subjetivas, y no en referentes culturales sólidos que provenían del campo de la Educación Matemática.

Ante esta realidad, se hacía necesario transformar la mirada ingenua que manteníamos sobre el PCG en su inicio, por otra visión del proyecto que nos hiciera sentir seguros de aproximarnos al logro de nuestros objetivos. Una muestra de lo anterior está en nuestra mirada de la ESG, tal como la hemos teorizado en el apartado anterior. El enfoque de la ESG, como un conjunto de actividades de producción de dibujos dinámicos y de comprensión de esta producción, es fruto de nuestro esfuerzo por tratar de entender y mejorar esas actividades inherentes a la elaboración de simuladores. Sin embargo, afirmar lo anterior equivale a reconocer que no siempre tuvimos esa mirada.

En efecto, al inicio del PCG, nos encontrábamos gestionando un conjunto de actividades no convencionales que producían en nosotros la sensación de provocar exitosamente aprendizaje matemático en los alumnos que participaban de ellas. No obstante, esa sensación se transformó en incertidumbre cuando otros actores de la Educación Matemática, con destacada trayectoria en el quehacer investigativo y con quienes nos relacionamos, comenzaron a cuestionar el posible potencial de aprendizaje de la ESG que nosotros pregonábamos. Por ejemplo, un primer cuestionamiento lo recibimos de parte del Dr. José Ortiz Buitrago, Profesor Titular de la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales de la Universidad de Carabobo (Venezuela), quien nos preguntó: ¿cuál es el lugar que ocupan las matemáticas en la ESG? Fue a partir de cuestionamientos como éste que nuestra relación con la ESG comenzó a tornarse en un encuentro con la investigación en el campo de la Educación Matemática.

Inspirados en Freire (2010), asumimos la incertidumbre de aquel momento como una oportunidad para comprender la fuente de los cuestionamientos y reconocer nuestra propia capacidad de respuesta, pero no desde una mirada ingenua. Esta capacidad fue desarrollándose en nosotros en la medida que asumimos la investigación como una herramienta de transformación de la condición de profesores, convirtiéndonos en sujetos capaces de poner en diálogo nuestras acciones y reflexiones con el acervo cultural de una comunidad científica. El producto de esta decisión resultó en el despliegue de un itinerario de investigación (PRIETO; DÍAZ-URDANETA, 2019) en que identificamos y damos respuesta a las siguientes cuestiones:

- 1) ¿En qué medida las matemáticas escolares intervienen en la ESG?

- 2) ¿Cómo es la actividad matemática que ocurre en la ESG?
- 3) ¿Qué y cómo se aprende matemáticas durante la ESG?
- 4) ¿Qué otros conocimientos se ponen de manifiesto en la ESG?
- 5) ¿Qué saberes son movilizados por los promotores de los CGs al gestionar las experiencias de ESG de sus alumnos?

En lo que sigue, presentamos sucintamente los estudios que realizamos para dar respuesta a las cuestiones que conforman nuestro itinerario de investigación.

## **¿En qué medida las matemáticas escolares intervienen en la ESG?**

Para conocer en qué medida las matemáticas escolares estaban presentes en las actividades de ESG, realizamos estudios dirigidos a describir el modo en que los saberes matemáticos emergen en esas actividades, para guiar las reflexiones y acciones de profesores y alumnos. Por ejemplo, Rubio, Prieto y Ortiz (2016) dieron a conocer el modo en que ellos representaron con GeoGebra una situación real vinculada con el movimiento en caída libre. En su descripción, los autores definieron las tareas de simulación que organizaron la elaboración de un simulador sobre ese fenómeno físico y explicaron cómo ciertas ideas matemáticas (p. ej., función lineal, cuadrática y trigonométrica, relación ángulo central-arco que subtiende) orientaban sus reflexiones y acciones en la dirección de producir el simulador en cuestión.

---

12

Otro ejemplo se encuentra en Reyes y Prieto (2016), quienes reportaron el modo en que dos alumnas de un CG recurrieron a diferentes interpretaciones de la fracción para establecer un procedimiento de construcción de un cuadrado a partir de uno de sus vértices, teniendo como referencia las dimensiones de una grúa torre (representadas en una imagen de la grúa insertada en la vista gráfica del GeoGebra) que servía de fenómeno para las jóvenes. Los autores concluyeron que el concepto de fracción se hizo presente cuando las alumnas intentaban localizar los vértices desconocidos del rectángulo, siendo las interpretaciones parte-todo y operador las que fueron evocadas en los encuentros.

Otros trabajos que muestran la presencia de las matemáticas en la resolución de tareas de simulación, y que fueron presentados en el marco del II Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia, son las producciones de:

- Castillo y Prieto (2016), quienes describieron una manera de relacionar la idea de ecuación cuadrática con la representación del movimiento parabólico, en la elaboración del simulador de un tiro libre en el fútbol;

- Díaz-Urdaneta y Rubio (2016), al reportar el modo en que fue usada la expresión matemática vinculada al movimiento rectilíneo uniforme para representar éste en una escena de carreras de automóviles;
- Gutiérrez y Hernández (2016), quienes dieron cuenta del uso de la ecuación asociada al movimiento del péndulo simple para obtener una representación de este movimiento, recreando la escena de una niña meciéndose en un columpio;
- Sánchez y Sánchez-N. (2016), al reportar el modo en que la ecuación matemática asociada a la fuerza eléctrica entre cargas estáticas les sirvió para recrear un modelo de energía bajo la Ley de Coulomb.

Posteriormente, Díaz-Urdaneta (2017) caracterizó el conocimiento geométrico puesto de manifiesto en diferentes experiencias de ESG. Particularmente, la autora describió algunas formas en que alumnos de distintos CGs construyeron rectángulos con el software GeoGebra, a partir de los elementos que éstos consideraban durante la construcción. Tomando en cuenta lo anterior, fue realizada una clasificación de las tareas de construcción que subyacen en esa actividad, develando así la teoría geométrica que sustentaba las construcciones de los jóvenes, relacionadas con las propiedades del rectángulo.

### **¿Cómo es la actividad matemática que ocurre en la ESG?**

Para responder esta pregunta, decidimos centrar la atención en dos aspectos de la actividad matemática emergente: (i) su estructura y forma de organización, y (ii) su relación con los fenómenos reales representados. En cuanto a lo primero, Sánchez-N. y Prieto (2017) se apoyaron en la noción de praxeología matemática (CHEVALLARD, 1999) para describir las componentes práctica y teórica que organizan el trabajo matemático desplegado en las actividades de ESG. Al respecto, los autores reportaron tres componentes de las prácticas matemáticas características de la ESG: tareas, técnicas y discursos tecnológicos. Las dos primeras componentes ya fueron reportadas en el apartado anterior. Con respecto a los discursos, estos constituyen las razones que justifican las técnicas de construcción producidas por los alumnos.

En atención al segundo aspecto, Gutiérrez, Prieto y Ortiz (2017) asumieron una perspectiva cognitiva de la modelación en Educación Matemática para describir las relaciones entre las prácticas matemáticas y los fenómenos reales que intentan ser representados durante las actividades de ESG. En este sentido, los autores centraron su atención en los procesos de modelación por los que un grupo de alumnos transitaban durante la elaboración de un simulador. Mediante el análisis del caso anterior fue

posible caracterizar dos de estos procesos (destacados anteriormente como subtipos de actividades que tienen lugar en la ESG), a saber, la matematización y el trabajo matemático, fundamentales en las experiencias de modelación en la ESG.

## **¿Qué y cómo se aprende matemáticas durante la ESG?**

Otro asunto que hemos tratado en nuestro itinerario de investigación tiene que ver con el aprendizaje matemático de los alumnos que participan de la ESG. En un primer momento, vinculamos el aprendizaje con el desarrollo de procesos cognitivos. Más recientemente, hemos asumido una perspectiva histórico-cultural del aprendizaje para interpretar este fenómeno particular.

Con relación a lo cognitivo, realizamos dos trabajos que tenían por foco la experimentación con GeoGebra y los procesos de visualización en geometría, respectivamente. En el primer trabajo, Sánchez y Prieto (2017), usando ideas provenientes del marco teórico Humans-with-media (Borba y Villarreal, 2005), dieron cuenta del modo en que un grupo de profesores llevaron a cabo procesos de experimentación con GeoGebra durante la resolución de tareas de construcción geométrica. En esa investigación, la experimentación con GeoGebra se conceptualizó como aquel “proceso de creación y validación de conjeturas sobre las propiedades y relaciones de los objetos geométricos constituyentes de un dibujo dinámico, apoyado en el “ensayo y error” y la exploración de construcciones auxiliares” (SÁNCHEZ; PRIETO, 2017, p. 41-42).

En el segundo trabajo, Díaz-Urdaneta y Prieto (2016) presentaron evidencias de los procesos de visualización que contribuyeron a una reorganización del conocimiento matemático en torno a una experiencia de ESG, las cuales fueron descritas también a la luz del marco Humans-with-media. El análisis se realizó durante el proceso de matematización desplegado por un grupo de estudiantes. Apoyados en ideas de Hershkowitz (1990) y Torregrosa (2002), los autores asumieron una concepción de la visualización en la ESG como un proceso cognitivo a partir del cual se representa en el software cierto fenómeno real, utilizando para ello conceptos matemáticos en diferentes registros de representación y que conlleva a la reorganización del pensamiento de los alumnos durante el desarrollo de las actividades.

Con relación a la perspectiva histórico-cultural, realizamos tres investigaciones en que se asumieron los procesos de objetivación y subjetivación propuestos en la TO, para dar cuenta del aprendizaje matemático de estudiantes en actividades de ESG. Con el propósito de caracterizar el aprendizaje producido durante la comunicación de la técnica de construcción de una figura geométrica con GeoGebra, Sánchez y Prieto (2019) utilizaron la categoría procesos de objetivación de la TO para dar cuenta

del modo en que un profesor de matemáticas y dos alumnos tomaron conciencia de la idea de rotación, encarnada en las herramientas de construcción del GeoGebra, a través de un análisis multisemiótico de esa actividad de comunicación. Los resultados de este estudio revelaron que el aprendizaje geométrico producido durante la labor comunicativa se caracterizó por la actividad semiótica desplegada, la actuación del profesor y las dificultades surgidas en esa labor. En la misma línea, Sánchez-N., Prieto, Gutiérrez y Díaz-Urdaneta (2020) llevaron a cabo una investigación en la que reportaron cómo varios alumnos y un profesor de matemáticas desplegaron procesos de objetivación alrededor del concepto geométrico de rotación.

Por su parte, Prieto, Castillo y Márquez (2020) se apoyaron en la categoría procesos de subjetivación propuesta por la TO para analizar las formas de colaboración humana que se manifestaron entre profesores y estudiantes en situación de ESG, en el contexto de comunicación de la técnica de construcción de un dibujo dinámico con el GeoGebra. El análisis de ese proceso permitió a los autores identificar evidencias de la responsabilidad, el compromiso y el cuidado del otro en las formas de colaboración producidas en la situación analizada. Entre sus conclusiones, los autores sugirieron que la manera de gestionar la comunicación de determinada técnica de construcción, la cultura individualista en la escuela y la resistencia al cambio por parte de los alumnos frente a esa cultura fueron los aspectos que incidieron en la manifestación y promoción de estas formas de colaboración humana.

### **¿Qué otros conocimientos se ponen de manifiesto en la ESG?**

En un primer momento de promoción del PCG, el desarrollo de las actividades de ESG nos mostraban que la elaboración de los simuladores estaba fundamentada en modelos geométricos. Sin embargo, evidencias posteriores nos mostraron que durante estas actividades surgen contenidos algebraicos que permiten la representación de alguna parte del fenómeno que se trate, a través de la representación gráfica y manipulación de diferentes elementos de expresiones simbólicas. Entre los casos que podemos destacar tenemos el de Contreras y Díaz-Urdaneta (2015), quienes utilizaron la representación gráfica de una función trigonométrica, con el objeto de modelar una parte del fenómeno en cuestión, a través de la variación de los parámetros asociados a la expresión algebraica de esa función. Otro caso es el de Faria (2016), quien se apoyó en un sistema de ecuaciones asociadas a las relaciones entre las variables que definen la elipse como objeto geométrico, para representar la órbita de la tierra alrededor del sol. En Bello (2017), se reportó cómo a través de la manipulación de un conjunto de ecuaciones que modelan fenómenos físicos fue posible estimar la posición de la tierra en su órbita

alrededor del sol, en el momento de producirse el eclipse total de sol de 1998. Otro caso similar es el reportado por Castillo, Prieto, Sánchez y Gutiérrez (2019), quienes se vieron en la necesidad de aplicar transformaciones a ecuaciones para modelar un fenómeno físico (particularmente, el movimiento parabólico). Finalmente, Sánchez y Sánchez-N. (2020) reportan el uso de las transformaciones geométricas, como la traslación, para simular un fenómeno electrostático.

## **¿Qué saberes son movilizados por los promotores de los CGs al gestionar las experiencias de ESG de sus alumnos?**

El reconocimiento de las dificultades tanto de la resolución de tareas de construcción en las actividades de ESG como de la comunicación de las técnicas empleadas por los alumnos nos ha mostrado que los promotores de los CGs, en su condición de profesores de matemáticas, piensan y actúan de forma muy particular para ayudar a sus alumnos a trascender estas dificultades y lograr el aprendizaje esperado. Estos indicios han despertado nuestro interés en los saberes de los profesores que tienen los CGs a su cargo. Al respecto, Prieto y Ortiz (2019) dieron cuenta de tres saberes del trabajo matemático que siete promotores del PCG fueron capaces de identificar sobre una escena de comunicación de una técnica producida en un club y registrada en formato de vídeo. Los saberes en cuestión se denominan: (i) saber cómo analizar la inconsistencia de una construcción, (ii) saber cómo comunicar una técnica de construcción, y (iii) saber cómo anticipar una técnica. En sus conclusiones, estos autores afirman que los saberes del trabajo matemático antes mencionados están fuertemente arraigados en las experiencias de gestión de los promotores.

## **LA MANIFESTACIÓN DE LA CONDICIÓN DE ACTORES DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

Por lo expuesto hasta ahora, consideramos que el PCG ha sido una instancia que nos ha permitido constituimos en profesores de matemáticas e investigadores de la práctica educativa, siempre en devenir. Esta constitución en actores de la Educación Matemática se ha dado dentro de los límites y posibilidades establecidas por la cultura en la que nos producimos con y a través de los otros (RADFORD, 2017b). La importancia de constituirmos con y a través de los otros radica en que los individuos “son más que seres en el mundo, ellos son individuos con un interés invertido en el otro y en su obra común; individuos que intervienen, transforman, sueñan, aprenden, sufren y esperan juntos” (RADFORD, 2017b, p. 254, traducción nuestra del original). Reconociendo tal importancia, en este apartado presentamos algunos episodios en

los que se manifiesta la condición de profesores de matemáticas en la marcha de nuestros encuentros como promotores del PCG.

Si bien, al inicio del PCG, la mayoría de nosotros (los promotores) no contaba con experiencia como profesores de matemáticas, esta condición comenzó a cambiar a partir de las primeras interacciones con los alumnos en los CGs. Podemos entender este cambio como la manifestación de subjetividades docentes que iban surgiendo con el paso del tiempo y que hacíamos explícitas en nuestras discusiones como responsables del proyecto. Para dar cuenta de estas subjetividades, nos apoyamos en algunas cualidades que, según Freire (2010), caracterizan a todo profesor comprometido con una educación progresista (diferente de lo que el autor define como Educación Bancaria). Específicamente, nos referimos a dos cualidades vinculadas entre sí: la humildad y la amorosidad.

Por un lado, la humildad denota la capacidad y el deber de escuchar con atención a quien nos busca, sin importar su nivel intelectual. Con respecto a esta cualidad, Freire (2010) nos dice que “[...] la humildad exige valentía, confianza en nosotros mismos, respeto hacia nosotros y hacia los demás” (FREIRE, 2010, p. 75). Un episodio en donde se refleja esta cualidad proviene del momento en que una de las promotoras del PCG (nos referimos a ella como P1) nos comentó, en una reunión de trabajo, la experiencia que tuvo con una de las alumnas participante de un CG en el año 2016. En ese tiempo, la alumna se encontraba preparando la presentación de su proyecto de simulación, en víspera de la realización del II ECGEZ. Sin embargo, la joven mostraba inseguridad con relación al modo de organizar sus ideas para tal presentación, lo que le llevó a pedir ayuda. En este contexto, la evidencia a continuación muestra cómo P1 reconoce tanto que la alumna se mostraba preocupada ante su situación, como la forma en que ella, como profesora, ayudó a la joven a superar su problema:

**P1 (5:51 - 6:13):** *Ella me decía “es que no sé explicarlo, yo lo sé, pero yo no sé explicarlo”. Entonces yo le decía “pero ajá vamos a hacer algo, explícamelo para ver qué te puedo decir [...]”. Mientras ella me insistía en que “eso yo no lo voy a saber decir”, yo le respondía “sí lo vas a saber decir, ven acá, dime ¿qué quieres decir?”.*

Esta manera de actuar de P1 es evidencia de su capacidad de escuchar con atención y respeto ese pedido de ayuda que le expresaba la alumna a través de sus signos de inseguridad, lo que produjo como resultado una lucha conjunta contra el problema en cuestión, tratando de hacer sentir a la joven segura de sí misma. La cualidad de humildad también se ve reflejada en la interacción entre nosotros mismos como responsables del proyecto. Al respecto, en una de nuestras reuniones, otro promotor (al que llamamos P2), expresa su deseo de escuchar y conocer el punto de vista del resto de los compañeros en cuanto a la particularidad del trabajo de

simulación de una alumna de un CG, pese a su condición de coordinador del proyecto y de su nivel académico (superior al del resto de los promotores):

**P2 (01:11 – 01:36):** [...] desde mi punto de vista, el proyecto de simulación de la alumna rompe las barreras de toda comprensión que nosotros pudiéramos tener del propio itinerario de simulación. Ella [la alumna] introduce otros elementos que creo que son la base de la discusión que deberíamos tener en este instante, pero antes de profundizar al respecto, quiero escucharlos a ustedes [los promotores presentes en la reunión] en relación al trabajo de la alumna y a estos nuevos elementos que pueden notar que, de pronto, no están presentes en los trabajos del resto de los alumnos de otros clubes.

De la evidencia anterior es posible percibir el reconocimiento y el respeto del profesor P2 hacia la figura de los promotores en ese encuentro, al considerarlos como sujetos capaces de contribuir en la producción de un instrumento propio de la práctica de los promotores del PCG (el itinerario de simulación), a pesar de éstos contar con un nivel académico diferente del suyo.

Por otro lado, Freire (2010) define la amorosidad como la cualidad de amar con la que el profesor actúa y se relaciona con sus alumnos, y con el proceso de enseñar, más allá de las dificultades surgidas en su quehacer docente. Se trata de un amor armado en el sentido de ser un “amor luchador de quien se afirma en el derecho o el deber de luchar, de denunciar, de anunciar” (FREIRE, 2010, p. 77). Es precisamente la amorosidad de un profesor la que le permitiría encarar las negatividades de su trabajo. Esta cualidad se ve reflejada en los promotores del PCG cuando éstos debían luchar contra ciertas prácticas de la cultura escolar que afectaban sensiblemente el trabajo en los CGs. En este sentido, la necesidad de superar las dificultades y adversidades presentes en las instituciones que albergaban el PCG representó para nosotros una fuente de lucha permanente en estos espacios.

Así, la cualidad de amorosidad se refleja en las siguientes palabras del promotor P3, producidas en otra de nuestras reuniones y que relatan tanto la situación particular que afectaba el trabajo de este promotor en su club como la manera en que hacía frente a la situación para superar el problema:

**P3 (03:10 - 03:37):** [...] en la escuela no hubo clases el viernes pasado, no hay clases este jueves y este viernes y la semana que viene tampoco hay clases [...]. Los viernes son los días más complicados para trabajar [con los alumnos en los CGs], pero yo estoy tratando de fomentar en los alumnos la cultura de que los viernes nos tenemos que ver. [Hay situaciones] contra las que tenemos que luchar también.

Este episodio da cuenta de la denuncia que hace el promotor P3, ante el resto de los promotores, de las adversidades de su práctica como promotor de un CG y, en un acto de amorosidad con sus alumnos y con el desarrollo de las actividades en estos espacios, se afirma en su derecho y deber de luchar contra esas adversidades, como docente comprometido con una educación progresista.

## REFLEXIONES FINALES

En este trabajo se ha descrito la forma en que, para nuestro grupo de investigación, el PCG se fue constituyendo progresivamente en una instancia social de expresión de la condición de actores de la Educación Matemática. En particular, hemos dado cuenta del modo en que nuestro trabajo, en torno a la implementación del PCG en las escuelas participantes, nos ha permitido producir y reproducir nuestra propia existencia como profesores de matemáticas e investigadores de la realidad escolar a la que pertenecemos. En efecto, las experiencias desarrolladas en los CGs, como expresión del trabajo humano, han sido la fuente principal de nuestro aprendizaje en ese proceso de constituirnos en profesores e investigadores de nuestra propia realidad. En este sentido, coincidimos con Fiorentini y Castro (2003), cuando afirman que el trabajo es el evento en el cual los profesores aprenden a ser y se reconocen como tales.

Como actores de la Educación Matemática, nuestras acciones fueron motivadas por la necesidad de entender y transformar los CGs en espacios sociales de labor conjunta, orientados hacia la producción de dibujos dinámicos con GeoGebra y la comprensión de estos procesos, en un clima de colaboración, respeto y cuidado mutuo. En nuestra condición de profesores de matemáticas, asumimos el reto de concebir y poner en marcha actividades de ESG cuyos modos y relaciones de producción pudieran favorecer el encuentro de los alumnos con el saber geométrico detrás de ellas. Sin embargo, no siempre tuvimos el horizonte claro en lo que respecta al modo de enfrentar ese reto.

La comprensión que hoy tenemos de la relación entre el PCG y nuestra condición de actores de la Educación Matemática ha requerido del apoyo en referentes conceptuales que nos permitieran interpretar la realidad presente ante nosotros. Por ejemplo, la concepción antropológica del individuo (como un ser de necesidades) que nos aporta la TO fue útil para reconocer, como sujetos educativos, nuestra actuación en el PCG como una respuesta a la atención de necesidades que son inherentes a los individuos pertenecientes a una cultura escolar (la escuela) o académica (p. ej., la universidad). De esta manera, apoyarnos en referentes teóricos provenientes del campo de la Educación Matemática nos permitió sentirnos más seguros al momento de orientar las actividades de ESG.

Pero esta seguridad no sólo fue el fruto de nuestra relación con la teoría. De hecho, poner en diálogo el PCG con otros sujetos (p. ej., con profesores y académicos) también ayudó a que surgieran nuevas condiciones favorables para reflexionar y potenciar nuestro accionar en los CGs, ganando con ello niveles óptimos

de confianza. Como comentamos en el escrito, otro factor que contribuyó con nuestra constitución como actores de la Educación Matemática fue el reconocimiento de nuestro trabajo en el PCG desde diferentes rincones de la academia. Por ejemplo, los resultados obtenidos de la implementación del proyecto han encontrado espacio en diferentes revistas científicas del campo educativo de Iberoamérica (p. ej., *Bolema*, *Educación Matemática*, *PNA*, *Números*, entre otras fuentes indexadas), llegando a ser reconocidos como productos de un proyecto de innovación educativa no-convencional. Asimismo, el PCG también fue avalado por la Asociación para el Desarrollo de la Tecnología Educativa y de las Nuevas Tecnologías Aplicadas a la Educación (España), al ser distinguido con el 2do. Premio Internacional EDUTEC 2016 a la Innovación Educativa con TIC.

Por lo expuesto en este trabajo, no cabe duda para nosotros de que el PCG ha sido la respuesta a nuestra necesidad de constituirnos como actores de la Educación Matemática. Creemos y confiamos que la implementación de este proyecto en otros espacios podría contribuir significativamente con las demandas de formación en geometría de nuestros ciudadanos, apoyada verdaderamente en el uso del software de geometría dinámica. No obstante, estamos convencidos de que aún queda mucho por hacer para que este tipo de contribución trascienda el espacio y el tiempo en el que ha tenido lugar.

## REFERENCIAS

BELLO, Y. La posición de la Tierra en el eclipse total de sol del año 1998 en el GeoGebra. *In*: PRIETO, J. L.; GUTIÉRREZ, R. E. (org.). **Memorias del III Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia**. San Francisco: Asociación Aprender en Red, 2017. p. 198-204.

BORBA, M.; VILLARREAL, M. **Humans-With-Media and the reorganization of mathematical thinking**: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: Springer, 2005.

CASTILLO, L. A.; PRIETO, J. L. Simulador de movimiento parabólico con GeoGebra. Aprendiendo matemática y física con el fútbol soccer. *In*: PRIETO, J. L.; GUTIÉRREZ, R. E. (org.). **Memorias del II Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia**. Maracaibo: Asociación Aprender en Red, 2016. p. 135-155.

CASTILLO, L. A.; PRIETO, J. L.; SÁNCHEZ, I. C.; GUTIÉRREZ, R. E. Uma experiência de elaboração de um simulador com GeoGebra para o ensino do movimento parabólico. **Paradigma**, v. 40, n. 2, p. 196-217, 2019. Disponível em <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2019.p196-217.id764>. Acesso em 15 out 2020.

CHEVALLARD, Y. El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 19, n. 2, p. 221-266, 1999. Disponible en [https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/118315/mod\\_resource/content/1/articulo\\_chevallard\\_TAD\\_1999.pdf](https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/118315/mod_resource/content/1/articulo_chevallard_TAD_1999.pdf). Acesso en 15 oct 2020.

CONTRERAS, F.; DÍAZ-URDANETA, S. Elementos de la M16 y la matemática. *In*: PRIETO, J. L.; GUTIÉRREZ, R. E. (org.). **Memorias del I Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia**. Maracaibo: Asociación Aprender en Red, 2015. p. 156-168.

CONTRERAS, J. **La autonomía del profesorado**. 4. ed. España: Ediciones Morata, 2011.

DÍAZ-URDANETA, S. Construcción de rectángulos con GeoGebra. Formas de instanciación de un mismo saber matemático. *In*: PRIETO, J. L.; GUTIÉRREZ, R. E. (org.). **Memorias del III Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia**. San Francisco: Asociación Aprender en Red, 2017. p. 253-270.

DÍAZ-URDANETA, S.; PRIETO, J. L. Visualización en la simulación con GeoGebra. Una experiencia de reorganización del conocimiento matemático. *In*: SERRES, Y.; MARTÍNEZ, A.; IGLESIAS INOJOSA, M.; GÓMEZ, N. (org.). **Memorias del IX Congreso Venezolano de Educación Matemática**. Barquisimeto: ASOVEMAT, 2016. p. 445-453.

DÍAZ-URDANETA, S.; RUBIO, L. Movimiento rectilíneo uniforme con GeoGebra. Un simulador para la enseñanza de la Física. *In*: PRIETO, J. L.; GUTIÉRREZ, R. E. (org.). **Memorias del II Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia**. Maracaibo: Asociación Aprender en Red, 2016. p. 156-168.

FARIA, R. Movimiento planetario en el sistema solar desde una perspectiva tridimensional. *In*: PRIETO, J. L.; GUTIÉRREZ, R. E. (org.). **Memorias del II Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia**. Maracaibo: Asociación Aprender en Red, 2016. p. 85-98.

FIORENTINI, D.; CASTRO, F. C. Tornando-se professor de matemática: o caso de Allan em prática de ensino e estágio supervisionado. *In*: FIORENTINI, D. (org.). **Formação de professores de matemática: explorando outros caminhos com outros olhares**. Campinas: Mercado de Letras, 2003. p. 121-156.

FREIRE, P. **Pedagogía del oprimido**. 55. ed. Ciudad de México: Editorial Siglo XXI, 2005.

FREIRE, P. **Cartas a quien pretende enseñar**. 2. ed. Argentina: Siglo Veintiuno Editores, 2010.

GONZÁLEZ, E. Construyendo un motor v6 con GeoGebra en 3D. El caso del cigüeñal, biela y pistón. *In*: PRIETO, J. L.; GUTIÉRREZ, R. E. (org.). **Memorias del III Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia**. San Francisco: Asociación Aprender en Red, 2017. p. 110-117.

GUTIÉRREZ, R. E.; HERNÁNDEZ, M. F. Simulación de fenómenos físicos con GeoGebra. Una oportunidad de aprendizaje mediada por tecnologías digitales. *In*: PRIETO, J. L.; GUTIÉRREZ, R. E. (org.). **Memorias del II Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia**. Maracaibo: Asociación Aprender en Red, 2016. p. 224-240.

GUTIÉRREZ, R. E.; PRIETO, J. L.; ORTIZ, J. Matematización y trabajo matemático en la elaboración de simuladores con GeoGebra. **Educación Matemática**, v. 29, n. 2, p. 37-68, 2017. Disponível em <https://doi.org/10.24844/EM2902.02>. Acesso em 29 abr 2020.

HERSHKOWITZ, R. Psychological aspects of learning geometry. *In*: NESHER, P.; KILPATRICK, G. (org.). **Mathematics and cognition**. United Kingdom: Cambridge University Press, 1990. p. 70-95.

LABORDE, C. Cabri-geómetra o una nueva relación con la geometría. *In*: PUIG, L. (org.). **Investigar y enseñar**. Variedades de la educación matemática. Bogotá: Una empresa docente, 1997. p. 33-48.

PRIETO, J. L.; CASTILLO, L. A.; MÁRQUEZ, M. Formas de colaboración humana entre profesores y alumnos durante la elaboración de simuladores con GeoGebra. **Bolema**, v. 34, n. 66, p. 199-224, 2020. Disponible en <https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n66a10>. Acceso en 15 oct 2020.

PRIETO, J. L.; DÍAZ-URDANETA, S. Un itinerario de investigación alrededor de la Elaboración de Simuladores con GeoGebra. **Revista Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**, v. 32, n. 1, p. 685-691, 2019. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/14014/1/Prieto2019Un.pdf>. Acceso en 15 oct 2020.

PRIETO, J. L.; ORTIZ, J. Saberes necesarios para la gestión del trabajo matemático en la elaboración de simuladores con GeoGebra. **Bolema**, v. 33, n. 65, p. 1276-1304, 2019. Disponible en <https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n65a15>. Acceso en 15 oct 2020.

RADFORD, L. De la teoría de la objetivación. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, v. 7, n. 2, p. 132-150, 2014. Disponible en <https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/123>. Acceso en 15 oct 2020.

RADFORD, L. Aprendizaje desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación. In: D'AMORE, B.; RADFORD, L. (org.). **Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos**. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2017a. p. 115-136.

RADFORD, L. A Teoria da Objetivação e seu lugar na pesquisa sociocultural na educação matemática. In: MORETTI, V. D.; CEDRO, W. L. (org.). **Educação Matemática e a Teoria Histórico-Cultural**. Campinas: Mercado de Letras, 2017b. p. 229-261.

RADFORD, L. Pautas para repensar el sujeto y el objeto desde una epistemología de solidaridad, en tiempos de una educación para el mercado y el consumo. In: ÁVILA, A. (org.). **Rutas de la Educación Matemática**. Ciudad de México: Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática, 2018. p. 83-105.

RADFORD, L. Un recorrido a través de la teoría de la objetivación. In: TAKECO-GOBARA, S.; RADFORD, L. (org.). **Teoria da Objetivação: Fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática**, São Paulo: Livraria da Física, 2020. p. 15-42.

REYES, J.; PRIETO, J. L. Interpretaciones de la fracción en una experiencia de simulación con GeoGebra. **Revista Educación y Humanismo**, v. 18, n. 30, p. 42-56, 2016. Disponible en <https://doi.org/10.17081/eduhum.18.30.1321>. Acceso en 15 oct 2020.

RUBIO, L.; PRIETO, J. L.; ORTIZ, J. La matemática en la simulación con GeoGebra. Una experiencia con el movimiento en caída libre. **IJERI: International Journal of Educational Research and Innovation**, v. 2, p. 90-111, 2016. Disponible en <https://www.upo.es/revistas/index.php/IJERI/article/view/1586>. Acceso en 15 oct 2020.

SÁNCHEZ, I. C.; PRIETO, J. L. El uso experimental del GeoGebra en un contexto de formación docente en matemática. In: ROSAS, A. M. (org.). **Avances en Matemática Educativa**. Tecnología para la educación. N. 4. México: Lectorum, 2017. p. 38-51.

SÁNCHEZ, I. C.; PRIETO, J. L. Procesos de objetivación alrededor de las ideas geométricas en la elaboración de simuladores con GeoGebra. **PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática**, v. 14, n. 1, p. 55-83, 2019. Disponible en <https://doi.org/10.30827/pna.v14i1.8657>. Acceso en 15 oct 2020.

SÁNCHEZ, I. C.; SÁNCHEZ-N., I. Un ambiente de aprendizaje matemático en la elaboración del simulador "Ley de Coulomb" con GeoGebra. *In*: PRIETO, J. L.; GUTIÉRREZ, R. E. (org.). **Memorias del II Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia**. Maracaibo: Asociación Aprender en Red, 2016. p. 209-223.

SÁNCHEZ, I. C.; SÁNCHEZ-N., I. Elaboración de un simulador con GeoGebra para la enseñanza de la física. El caso de la ley de coulomb. **REAMEC**, v. 8, n. 2, p. 40-56, 2020. Disponible en <https://doi.org/10.26571/reamec.v8i2.9557>. Acceso en 15 oct 2020.

SÁNCHEZ-N., I.; PRIETO, J. L. Características de las prácticas matemáticas en la elaboración de simuladores con GeoGebra. **Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas**, v. 96, p. 79-101, 2017. Disponible en <http://www.sinewton.org/numeros/numeros/96/Geogebra.pdf>. Acceso en 15 oct 2020.

SÁNCHEZ-N., I.; PRIETO, J. L.; GUTIÉRREZ, R. E.; DÍAZ-URDANETA, S. Sobre os processos de objetivação de saberes geométricos. Análise de uma experiência de elaboração de simuladores com o GeoGebra. **Educación Matemática**, v. 31, n. 1, p. 99-131. Disponível em <https://doi.org/10.24844/EM3201.05>. Acesso em 15 out 2020.

TORREGROSA, G. **Visualización y aprendizaje de la geometría**. Alicante: Universidad de Alicante, 2002.