

## OPORTUNIDADES PARA A LITERACIA MATEMÁTICA EM LIVROS DIDÁTICOS DO BRASIL, TAIWAN E CINGAPURA

Weverton Ataide Pinheiro<sup>1</sup>

 ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2621-3381>

### RESUMO

O presente artigo faz parte de um projeto de dissertação de mestrado desenvolvido entre os anos de 2015 e 2017 em Taiwan, República da China. Essa pesquisa teve como motivação o fato de que estudantes de diferentes países obtêm diferentes notas no exame do PISA, que avalia como esses estudantes estão equipados para aplicar o conteúdo matemático aprendido na escola em situações de seus cotidianos. A questão analisada pelo PISA tem como foco o entendimento da literacia matemática, questão esta que pode ajudar a responder à pergunta mais popular dentre os alunos: "pra que matemática"? Por meio de um método quantitativo, o autor utilizou três quadros teóricos para a formação de um quadro conceitual que possibilitou a análise das oportunidades oferecida nos livros didáticos para o desenvolvimento da literacia matemática. A pesquisa apontou que os livros didáticos do Brasil, Cingapura e de Taiwan, além de apresentar conteúdos de uma forma diferenciada, esses livros didáticos também requereram dos alunos níveis de demanda cognitiva, competências, e processos de modelação matemática bastante diferentes, contribuindo assim para o desenvolvimento diferenciado da literacia matemática dos estudantes que têm acesso a estes livros.

**Palavras-chave:** Literacia matemática; Livro didáticos; demanda cognitiva; competências matemáticas; Modelagem Matemática.

1

## MATHEMATICAL LITERACY OPPORTUNITIES IN TEXTBOOKS FROM BRAZIL, TAIWAN AND SINGAPORE

### ABSTRACT

This article is part of a master's thesis project developed between 2015 and 2017 in Taiwan, Republic of China. This research was motivated by the fact that students from different countries obtain different grades in the PISA exam, which assesses how these students are equipped to apply the mathematical content learned at school in everyday situations. The question analyzed by PISA focuses on understanding mathematical literacy, a question that can help answer the most popular question among students: "why do we study mathematics"? Using a quantitative method, the author used three theoretical frameworks to form a conceptual framework that enabled the analysis of the opportunities offered in textbooks for the development of mathematical literacy. The research pointed out that the textbooks in Brazil, Singapore and Taiwan, in addition to presenting content in a very different way, which results are presented in a previous article cited throughout this paper, these textbooks also required different levels of cognitive demand and mathematical modeling processes, thus contributing to the differentiated development of the mathematical literacy of the students who have access to these textbooks.

**Keywords:** Mathematical literacy; Textbooks; Cognitive demand; Mathematical competencies; Mathematical modeling

<sup>1</sup> Doutorando em Educação Matemática pela Indiana University (IU), campus de Bloomington. Mestre em Educação Matemática pela National Taiwan Normal University (NTNU), campus de Taipei. Licenciado em Matemática pela Universidade de Brasília (UnB), campus Darcy Ribeiro. Instrutor Associado do Departamento de Currículo e Instrução da Escola de Educação da Universidade de Indiana (IU), Bloomington, Indiana, Estados Unidos da América. E-mail: [wpinheir@iu.edu](mailto:wpinheir@iu.edu).

# OPORTUNIDADES PARA LA ALFABETIZACIÓN MATEMÁTICA EN LOS LIBROS ESCOLARES EN BRASIL, TAIWÁN Y SINGAPUR

## RESUMEN

Este artículo es parte de un proyecto de tesis de maestría desarrollado entre 2015 y 2017 en Taiwán, República de China. Esta investigación fue motivada por el hecho de que los estudiantes de diferentes países obtienen diferentes calificaciones en el examen PISA, que evalúa cómo estos estudiantes están equipados para aplicar el contenido matemático aprendido en la escuela en situaciones cotidianas. La pregunta analizada por PISA se centra en la comprensión de la alfabetización matemática, una pregunta que puede ayudar a responder la pregunta más popular entre los estudiantes: "¿para qué matemáticas"? Utilizando un método cuantitativo, el autor utilizó tres marcos teóricos para formar un marco conceptual que permitiera el análisis de las oportunidades que se ofrecen en los libros de texto para el desarrollo de la alfabetización matemática. La investigación señaló que los libros de texto en Brasil, Singapur y Taiwán, además de presentar el contenido de una manera muy diferente, estos libros de texto también requerían niveles bastante diferentes de demanda cognitiva, habilidades y procesos de modelamiento matemático, contribuyendo así a el desarrollo diferenciado de la alfabetización matemática de los estudiantes que tienen acceso a estos libros.

**Palabras clave:** Alfabetización matemática; Libros de texto; Demanda cognitiva; Habilidades Matemáticas; Modelamiento matemático.

## INTRODUÇÃO

Ainda hoje, uma das questões pertinentes dos educadores matemáticos gira em torno de encontrar maneiras efetivas para um ensino apropriado e eficaz que contribui para o aprendizado dos alunos. O aprendizado da matemática, por sua vez, abrange muitas variáveis, tais como estudantes, professores, infraestrutura, acesso a informação digital e livros didáticos. Não há dúvidas de que mundialmente o livro didático é uma ferramenta crucial para os educadores (PEHKONEN, 2004). Livros didáticos são elementos-chave no processo de aprendizagem da matemática, e a maior parte das instruções de matemática são baseadas nessas ferramentas (ALAJMI, 2009). Aos estudantes, os livros didáticos servem como guia que os ajudam a se prepararem para as aulas, como fonte de exercícios para deveres de casa e, também, como guia para o ensino paralelo de conteúdos que não foram lecionados em sala de aula. Aos professores, os livros didáticos são um guia para o preparo das aulas, uma fonte de referência durante a ministração das aulas, além de providenciarem atividades extras que podem ser trabalhadas com estudantes dentro e fora da sala de aula. Tanner e Tanner (1980) definem os livros didáticos como guias úteis para os professores e como uma orientação estável para os estudantes. Tendo em vista todas essas definições, não podemos ignorar a importância substancial que os livros didáticos têm no ensino e aprendizagem de matemática.

Por seguinte, pesquisadores têm dado extrema importância para a análise de livros didáticos com os mais diversos objetivos. Dentre eles a investigação da história da matemática (XENOFONTOS; PAPADOPOULOS, 2015), as pesquisas de como tópicos

específicos têm sido abordados em livros didáticos (CHARALAMBOUS *et al.*, 2010; TAM; WANG, 2012), a estrutura dos livros didáticos de matemática (GATABI; STACEY; GOOYA, 2012) e as oportunidades de aprendizagem proporcionada pelos livros didáticos (TSO *et al.*, 2018). Contudo, pouca pesquisa comparativa entre livros brasileiros e asiáticos tem sido realizada com o intuito de desvendar as diferenças apresentadas nesses livros e as matemáticas possíveis contribuições que esses materiais podem ter no desenvolvimento matemático dos alunos.

Neste trabalho, o desenvolvimento matemático está, estritamente, ligado à fundamentação teórica matemática proporcionada pelos livros didáticos, às habilidades requeridas para a resolução de problemas em suas vastas extensões (tendo em vista as possíveis conexões entre conteúdos matemáticos diversos) e suas ligações com problemas matemáticos aplicados as situações reais da vida dos estudantes. Tais variáveis levam este trabalho ao entendimento da literacia matemática proporcionada nos livros didáticos, cuja inspiração é o desempenho matemático, devido ao fato de que, há décadas, estudantes de países do leste asiático sobressaem-se a estudantes de países da Europa e das Américas em exames de estudos internacionais tais como o Trend in International Mathematics and Science Research (TIMSS) e o Programme for International Student Assessment (PISA) (HO, 2009).

Os resultados mais recentes do PISA (OECD, 2016) mostraram, mais uma vez, a discrepância dos resultados de estudantes de diferente países. Chama-se à atenção, em especial, a diferença de pontuação dos alunos de países asiáticos, tais como Cingapura e Taiwan, quando comparada com a média geral dos estudantes Brasileiros. Cingapura e Taiwan apareceram no topo da lista, nas primeira e quarta posições, respectivamente; enquanto o Brasil aparece no final da lista, na 63ª posição.

Portanto, este artigo tem como objetivo fazer uma análise comparativa dos livros didáticos. Para a realização das análises, foram selecionados três livros didáticos de cada um dos países aqui em questão (Brasil, Cingapura e Taiwan). Para a produção dos resultados foram analisados a quantidade de questões em cada um dos livros e as exigências das questões quanto à ativação de competências matemáticas, demandas cognitivas, e modelagem na resolução de problemas. Esses fatores formaram o quadro conceitual para a análise de como os livros didáticos têm auxiliado no desenvolvimento da literacia matemática, tendo como exemplo o conteúdo apresentado no capítulo sobre o Teorema de Pitágoras (tema de extrema importância no currículo de diversos países e no PISA). Assim, este artigo tem como objetivo responder as seguintes questões: (i) *quais os diferentes tipos e quantidades de exercícios apresentados em cada um dos livros didáticos?* e (ii) *quais as oportunidades para a literacia matemática oferecida pelas diferenças das competências matemáticas, demanda cognitivas e modelagem matemática requeridas pelos problemas e exercícios resolvidos dos livros didáticos?*

## REVISÃO DE LITERATURA

A revisão de literatura desta pesquisa foi dividida em duas partes. Primeiramente, o autor investigou sobre a literacia da matemática. Em seguida, trabalhos sobre análises de livros didáticos foram tomadas em consideração.

### Literacia da Matemática

Uma das primeiras definições de literacia matemática foi escrita no Padrões de Currículos e Avaliações do Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM) dos Estados Unidos da América em 1989. Segundo o NCTM (1989), uma pessoa literada tem habilidade desenvolvida para solucionar, pensar logicamente e resolver problemas matemáticos de maneiras efetivas.

Em 2001, o Serviço de Testes Educacionais (ETS, sigla em inglês), organização estadunidense, que elabora exames diversos, publicou que a literacia envolve o uso de informação impressa e escrita para dar funcionalidade à sociedade, para o alcance de objetivos e desenvolvimento de potenciais. Em sua publicação, a ETS levou em consideração três tipos de literacia, a saber: literacia prosática, literacia documental, e literacia quantitativa (literacia matemática). Em especial, a literacia quantitativa significa as habilidades e os conhecimentos necessários para aplicar operações matemáticas a números em formatos impressos, preencher um formulário de pedido e outros (KIRSCH, 2001). Por mais que a definição de literacia da ETS seja bastante precoce, ela contribui para a compreensão do desenvolvimento do que vamos definir como literacia matemática neste estudo.

A definição de literacia matemática foi também discutida em outras pesquisas, tais como no artigo de Ojose (2011), ao definir que a

[...] literacia matemática não implica conhecimento detalhado de cálculo, equações diferenciais, topologia, análise, álgebra linear, álgebra abstrata e fórmulas matemáticas complexas e sofisticadas, mas uma ampla compreensão e apreciação do que a matemática é capaz de alcançar (OJOSE, 2011, p. 89, tradução livre do original).

O exame PISA preocupa-se, principalmente, com o quanto os alunos estão aprendendo matemática e como a matemática aprendida pode ser aplicada por eles nos problemas da vida cotidiana. Para atingir esse objetivo, especialistas da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) desenvolveram o quadro teórico de matemática do PISA, que estabelece o tipo de tópicos e perguntas que devem ser incluídos na avaliação. Uma das principais perguntas dos especialistas do PISA é "qual a melhor maneira de acessar o conhecimento dos alunos em matemática?" Para encontrar a resposta, os redatores da

avaliação do PISA decidiram pensar nos melhores tópicos a serem examinados e como seria possível apresentar as perguntas aos alunos da melhor maneira possível. A resposta para as perguntas acima pode ser resumida em literacia matemática.

O elemento crítico da avaliação do PISA é a literacia matemática (STACY; TURNER, 2015), definida pela OECD (2016).

A literacia matemática é a capacidade do indivíduo de formular, empregar e interpretar a matemática em diversos contextos. Inclui raciocínio matemático e uso de conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos. Ela também ajuda os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática desempenha no mundo e a tomar os julgamentos e decisões bem fundamentados necessários para cidadãos construtivos, engajados e reflexivos (OECD, 2016, p. 64, tradução livre do original).

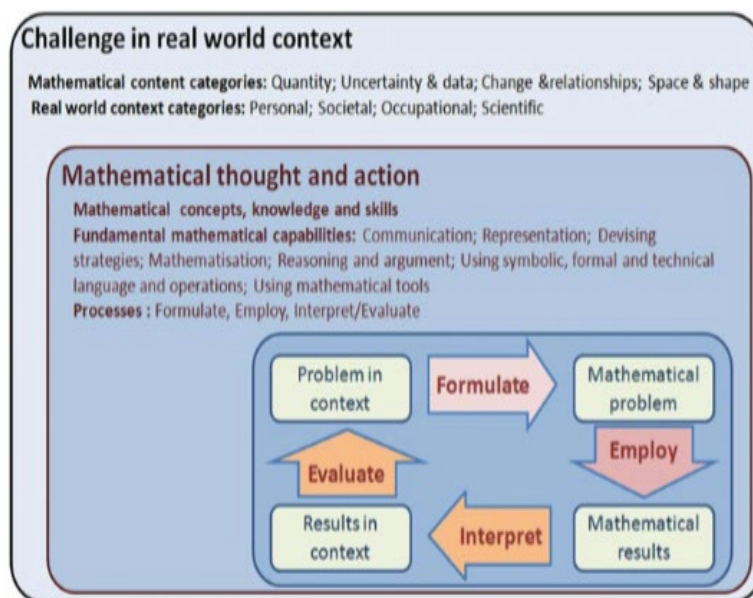
Segundo De Lange (2001), em artigo sobre os constituintes da literacia matemática, a literacia matemática é a combinação da alfabetização espacial, numeracia e alfabetização quantitativa. Jablonka (2003) definiu os diferentes propósitos da literacia matemática, a saber: o desenvolvimento do capital humano, a identidade cultural, a mudança social, a conscientização ambiental e a avaliação matemática. Para a autora, existem muitas maneiras de fazer a conexão entre a matemática da escola e a matemática fora da escola que é exatamente o objetivo da literacia matemática, já que a matemática aprendida na escola precisa refletir na aplicação desta na vida cotidiana dos alunos.

5

---

Com todas as definições acima, este artigo baseia-se no quadro matemático do PISA necessário para o alcance da literacia matemáticas. Para isso, foi usado o quadro teórico do PISA (OCDE 2016), o qual ajudou a definir o quadro conceitual deste artigo para avaliar a literacia matemática nos livros didáticos do Brasil, de Taiwan e da Cingapura.

A Figura 1 é essencial para este artigo. De acordo com ela, o quadro teórico do PISA leva em consideração o conteúdo, conceitos, capacidades e modelagem matemática.

**Figura 1** – Modelo de literacia matemática em prática

**Fonte:** Adaptado de Stacey e Turner (2015, p. 17).

## Análise de Livros Didáticos

Recentemente, muitas pesquisas foram realizadas em análises de livros didáticos de matemática (CHARALAMBOUS *et al.*, 2010; REZAT; STRAESSER, 2012; TAM; WANG, 2012; XENOFONTOS; PAPADOPOULOS, 2015). Xenofontos e Papadopoulos (2015) examinaram como a história da matemática está integrada nos livros didáticos do Ensino Médio do Chipre e da Grécia. Em seu artigo, identificaram quatro categorias para análise e, em seguida, usaram o quadro de demanda cognitiva, desenvolvida pela equipe do projeto QUASAR (STEIN; SMITH, 1998), com o intuito de descobrirem como ambos os países valorizavam a história da matemática em seus livros didáticos.

Charalambous e colaboradores (2010) compararam o tratamento de adição e subtração de frações em livros didáticos de matemática primária usados no Chipre, na Irlanda e em Taiwan. Os autores encontraram semelhanças e diferenças entre os livros didáticos em relação aos tópicos e seus sequenciamentos, construções de frações, exercícios resolvidos, demandas cognitivas das tarefas e os tipos de respostas necessárias para os alunos. Suas descobertas enfatizaram a necessidade de examinar os livros didáticos para entender as diferenças nas instruções de matemáticas e o desempenho entre estes países.

Gatabi, Stacey e Gooya (2012) analisaram três livros didáticos para examinar em que medida as atividades nestes livros promovem a literacia matemática. Usando a quadro teórico do PISA para modelagem matemática, seus artigos elaboraram um quadro para analisar problemas em livros didáticos. Seu estudo constatou, também, que os livros didáticos australianos têm mais problemas matemáticos do que os livros

iranianos, e as tarefas nos livros australianos têm uma maior diversidade de contextos. Os livros iranianos têm menos diversidade de contexto e menos oportunidades para os alunos se envolverem em modelagem (processo significativo para a literacia matemática).

Stein e Smith (1998) descreveram um quadro para analisar os diferentes níveis de demanda cognitiva em tarefas utilizadas em instruções matemática. Seu estudo mostrou como o quadro apoia com sucesso os professores para ter uma visão do desenvolvimento do nível de demanda cognitiva para tarefas em suas aulas. O estudo concluiu que os alunos que obtiveram o melhor desempenho no raciocínio baseado em projetos e na solução de problemas provavelmente foram treinados com tarefas de nível de demanda cognitiva mais elevado.

Da mesma forma, Lee (2014) investigou a “Literacia Funcional” do PISA nos problemas dos livros didáticos de matemática de Taiwan. Sua pesquisa teve dois objetivos. Primeiro, ele usou cinco etapas do PISA para o ciclo de matematização como quadro para descobrir se os livros de Taiwan eram consistentes com a literacia funcional do PISA. Em seguida, o estudo analisou as demandas cognitivas das tarefas. Para atingir o segundo objetivo, Lee analisou se a carga cognitiva dos problemas dos livros didáticos de Taiwan poderia ser comparada à demanda cognitiva dos problemas de avaliação do PISA. O autor concluiu que os livros de Taiwan estão de acordo com a “Literacia Funcional” do PISA que satisfaz o ciclo da matemática e que os livros didáticos de Taiwan têm um nível mais elevado de demandas cognitivas em suas tarefas, o que contribui para a grande conquista dos estudantes de Taiwan na avaliação do PISA.

Esta revisão da literatura mostra que parte de estudos anteriores se concentraram na definição do que é a literacia matemática e para que serve. Outros estudos deram atenção ao processo de modelagem matemática em tarefas matemáticas para avaliar a literacia matemática em livros didáticos e o desempenho dos alunos. Com o intuito de oferecer uma compreensão completa da literacia matemática, este estudo não apenas analisa o ciclo de modelagem para avaliar a literacia matemática, mas também considera o quadro do PISA como um todo, assim podendo combinar os elementos matemáticos necessários que formam a literacia matemática. Para esta pesquisa, esses elementos são conteúdo, conceito, demanda cognitiva, competências matemáticas e modelagem matemática.

## **QUADRO CONCEITUAL**

O quadro conceitual desta pesquisa foi desenvolvido considerando as partes essenciais do quadro teórico do PISA. Neste estudo, os aspectos relacionados à estrutura dos conteúdos, à demanda cognitiva, às competências matemáticas e ao processo de modelagem necessário para solucionar problemas, foram considerados como os

principais fatores para medir as oportunidades da literacia matemática nos livros didáticos. Problemas que requerem um nível mais elevado de demanda cognitiva, competências matemáticas, e exigem mais no processo de modelagem matemática, foram determinados a ter um maior impacto sobre as oportunidades no desenvolvimento da literacia matemática.

Nesta seção, o quadro conceitual e seus componentes são apresentados e definidos (para demonstração prática do uso do quadro teórico, contate o autor). O Quadro 1 abaixo fornece uma introdução aos componentes analisados e seus subcomponentes, tais como os problemas e exercícios resolvidos foram codificados.

**Quadro 1** - Quadro conceitual e codificações

<b>Componentes</b>	<b>Subcomponentes</b>	<b>Codificação</b>
<b>Competências Matemáticas</b>	Comunicação	Nível 0, 1 ou 2
	Matematização	
	Representação	
	Estratégias	
	Símbolos	
	Raciocínio	
	Ferramentas	
<b>Demanda Cognitiva</b>	Aplicação direta do teorema	Nível Baixo
	Várias etapas e contexto do mundo real	Nível Elevado
<b>Processo de Modelagem</b>		
Contexto Matemático	Matemática do mundo real	Sim ou não
Resolução dos Problemas Matemáticos	Várias etapas Conexão entre tópicos	
	Inédita	
Formulação	Formulação é necessária	
	Novo Contexto	
	Complexidade na Formulação	
	Nova Formulação	

**Fonte:** elaborado pelo autor

## Competências matemáticas

A primeira parte do quadro conceitual é composta pelas competências matemáticas descritas por Niss (2015), englobando as sete competências necessárias encontradas nos problemas e exercícios resolvidos. Descreve-se, abaixo, o quadro da Niss (2015), com detalhes para fornecer orientações que auxiliaram na classificação de



cada problema e exercício resolvido dentre os três níveis. As competências matemáticas são:

- (1) Comunicação: a capacidade de compreender e interpretar problemas mostrando o raciocínio para a sua solução;
- (2) Matematização: a capacidade de tradução entre contexto do mundo real e o teorema de Pitágoras;
- (3) Representação: a capacidade de representar entidades intramatemáticos dos problemas;
- (4) Estratégias: a capacidade de selecionar estratégias apropriadas para a resolução de problemas. Operações como equações de soma, subtração, multiplicação, divisão e resolução não são consideradas estratégias;
- (5) Usando símbolos, operações e linguagem formal: a capacidade de entender, manipular e implementar a definição do teorema de Pitágoras e outras aplicações do mesmo;
- (6) Raciocínio e argumento: a capacidade de raciocinar sobre questões do teorema de Pitágoras para justificar argumentos e conclusões;
- (7) Ferramentas: a capacidade de usar auxílios e ferramentas para resolver problemas do teorema de Pitágoras.

### **Demanda Cognitiva**

Como uma extensão do quadro desenvolvido pela equipe do projeto QUASAR, escrita por Stain e Smith (1998), os exercícios foram divididos em duas unidades de análise: nível baixo e nível elevado de demanda cognitiva. Exercícios de nível baixo são aqueles que não exigem dos alunos quaisquer tipo de raciocínio além da aplicação direta do Teorema de Pitágoras e/ou outras fórmulas apresentadas nos livros didáticos. Se o livro apresenta exercícios resolvidos mostrando como resolver certas atividades, essas atividades são consideradas de baixo nível de demanda cognitiva. Contudo, se o livro apresenta um exercício resolvido no contexto do mundo real, este exercício é considerado de nível elevado de demanda cognitiva. Se o exercício estiver em um contexto do mundo real que exija apenas que o aluno aplique a fórmula simples do teorema de Pitágoras, então o exercício é julgado como nível baixo de demanda cognitiva. Para exercícios que exigem que os alunos respondam perguntas mentalmente, envolvem a interpretação dos problemas no contexto do mundo real, ou que os estudantes precisão aplicar várias fórmulas pois a resolução tem muitos passos a serem seguidos para chegar no resultado, o autor codificou tais exercícios como nível elevado de demanda cognitiva.

## Modelagem Matemática

Nesta parte do quadro conceitual, o autor analisou o contexto dos problemas e dos exercícios resolvidos. Problemas estão em um contexto do mundo real se elementos do mundo real são descritos no problema. Isso é válido para o contexto escrito e gráfico (figuras e imagens) dos problemas. É importante notar que estes problemas no contexto do mundo real são analisados somente pela história apresentada no problema, e não na sua resolução. Problemas intramatemáticos são aqueles inteiramente matemáticos que não têm conexão com o contexto do mundo real.

### Resolução dos problemas matemáticos (RPM)

Nesta seção, ambos os problemas intra-matemáticos e extramatemáticos (contexto do mundo real) são analisados em três subcomponentes do RPM. O primeiro é denominado de *várias etapas*. Os problemas que os alunos precisam aplicar a fórmula do teorema de Pitágoras mais de uma vez para chegar à resposta final são de várias etapas. Para os problemas de várias etapas, geralmente, os alunos precisam encontrar um "sub objetivo" e usá-lo para encontrar a solução final do problema. Se os alunos precisarem usar apenas uma fórmula matemática simples para chegar à solução, o problema não será codificado como um problema de várias etapas.

Na *Conexão entre tópicos*, um problema é caracterizado como um problema de conexão entre tópicos se o contexto do problema envolver mais de um tópico matemático. Os tópicos mais comuns nos capítulos do teorema de Pitágoras são área, perímetros, altura de um triângulo equilátero, teorema de Pitágoras, diagonal de blocos retangulares, distância de pontos em um plano cartesiano e outros tópicos ou propriedades matemáticas. Qualquer problema que exija que os alunos usem o conhecimento de dois ou mais tópicos é considerado um problema de conexão entre tópicos.

Por fim, no *inérito*, um problema que solicita um tipo específico de processo que os alunos não viram em um problema ou exercício resolvido anteriormente é julgado como inérito.

### Formulação

Nesta seção, consideramos as formulações necessárias para resolver os problemas intra e extramatemáticos. Para isso, são utilizados quatro subcomponentes, a saber: (i) formulação necessária; (ii) contexto inérito; (iii) complexidade na formulação; e (iv) nova formulação.

Na formulação necessária, um problema não é considerado formulado pelo aluno se no contexto do problema for dada uma fórmula para ser usada para a resolução do problema. O contexto inédito refere-se ao contexto e ao processo de solução dos problemas e julga-se o contexto e o processo de solução de um problema específico já foram utilizados no capítulo. A complexidade na formulação é o subcomponente que avalia se o problema é complexo ou não. Um problema é complexo se em seu contexto há falta ou excesso de informações necessárias para sua resolução, tornando assim o problema mais difícil. Por fim, na nova formulação, verifica-se um tipo de formulação foi usado anteriormente ou se é a primeira vez que está sendo usado.

## METODOLOGIA

Este estudo foi desenvolvido como uma pesquisa quantitativa. Para análise, foram selecionados três livros didáticos: um do Brasil, um de Taiwan e um de Cingapura. A disponibilidade de livros didáticos no Brasil, em Cingapura e em Taiwan é muito diferente. No Brasil, existem várias séries de livros didáticos e as escolas podem optar por qual livro didático desejam usar. Contudo, nas escolas públicas, há mais limitações quanto a essa escolha, por receberem livros didáticos gratuitos do governo pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Em Cingapura, os livros didáticos precisam ter a aprovação do Ministério da Educação, para serem usados dentro da sala de aula. Somente cinco livros de matemática estão na lista. Em Taiwan, os livros didáticos precisam ser aprovados pela Academia Nacional de Pesquisa Educacional e, atualmente, há apenas quatro livros didáticos de matemática aprovados.

Os três livros escolhidos para esta pesquisa são populares e amplamente usados em seus países. O livro brasileiro (BR) é "Tudo é Matemática", de Luiz Roberto Dante; o livro de Taiwan (TW), "Nani"; e o livro de Cingapura (SG), parte da série "Novo Currículo de Matemática" (New Syllabus Primary Mathematics). A Tabela 1 fornece uma visão geral dos livros aqui analisados.

**Tabela 1**– Informação geral dos livros didáticos

Livro	Ano de Publicação	Número de Páginas	Páginas dedicadas ao Teorema de Pitágoras	Porcentagem do Teorema de Pitágoras em comparação com outros tópicos
BR	2010	420	14	3,3%
TW	2012	330	28	8,5%
SG	2014	628	33	5,3%

**Fonte:** elaborado pelo autor

Na escolha do capítulo analisado nos livros, o autor considerou um capítulo que abordasse tópicos (i) que oferecessem uma boa oportunidade para literacia matemática, (ii) que fossem amplamente encontrados nos exames do PISA e (iii) que tópicos vistos pela maioria dos estudantes ao redor o mundo, o que poderia permitir mais comparações futuras entre outros países. Como resultado, o teorema de Pitágoras foi escolhido para ser analisado.

Dentro do capítulo do teorema de Pitágoras, é essencial comentar sobre a unidade de análise escolhida nesta pesquisa. Este trabalho considerou apenas problemas e exercícios resolvidos como unidade de análise. Os problemas, tarefas ou exercícios são definidos como tarefas que os livros didáticos fornecem aos alunos que precisam ser respondidos. Se houvesse duas perguntas em um exercício e essas perguntas fossem independentes uma da outra, o autor contou esse exercício como dois problemas; para problemas com duas perguntas em que essas perguntas dependiam uma da outra, o autor contou esse exercício como apenas um problema. Exercícios resolvidos são problemas que providenciam ao aluno as etapas necessárias para obter uma resposta. O critério para contar os exercícios resolvidos foi o mesmo usado para os problemas.

## **Análise de dados**

As análises ocorreram em quatro etapas diferentes. A primeira etapa foi sobre uma visão geral dos tópicos e conteúdos analisados em cada capítulo (estes resultados foram publicados em outro artigo do autor e aqui serão brevemente apresentados nos Resultados, na Discussão e na Conclusão). Na segunda etapa, três codificadores usaram o quadro conceitual apresentado acima para extrair os resultados das oportunidades encontradas da literacia matemática nos três livros analisados. A análise do nível de demanda cognitiva foi uma adaptação do quadro desenvolvido por Stein e Smith (1998). A segunda etapa abrange o primeiro elemento do quadro matemático do PISA neste estudo, a saber: conceitos, conhecimentos e habilidades matemáticos.

Na terceira etapa, usando uma adaptação do quadro desenvolvido pelo Projeto KOM (NISS, 2015), o autor analisou os níveis das competências matemáticas nos exercícios e problemas resolvidos em cada livro. Essa análise abrange o segundo elemento do quadro do PISA, que mostra como as capacidades matemáticas fundamentais ajudam no desenvolvimento da literacia matemática.

Na quarta etapa, o autor utilizou uma extensão do quadro desenvolvido nas pesquisas de Gatabi, Stacey e Gooya (2012). Nessa etapa, foram analisados os processos matemáticos (modelagem) de resolução de problemas para obter oportunidades de literacia matemática. Essa análise abrange o terceiro elemento do

quadro teórico do PISA, que diz sobre os processos de formular, empregar, e interpretar os resultados dos problemas.

## Confiabilidade

Os códigos finais apresentados na seção dos Resultados foram obtidos através de um processo de triangulação na codificação. No total, três codificadores foram utilizados na codificação de todos os problemas e exercícios resolvidos, dois a dois, da seguinte maneira. Os codificadores A e B codificaram BR, A e C codificaram TW e B e C codificaram SG. Todos os codificadores têm experiência em pesquisa e ensino de matemática e são fluentes em inglês (idioma para o qual o BR e o TW foram traduzidos). O acordo final entre os codificadores foi de 0,87 para BR, 0,98 para TW e 0,95 para SG. Todas as divergências foram discutidas até os codificadores chegarem a um acordo de 100%.

## RESULTADOS

Os resultados são um conjunto das análises dos três quadros matemáticas usadas para avaliar contribuição da literacia matemática em três livros didáticos.

A primeira análise, discutida em um outro artigo publicado pelo autor, mostrou que a estrutura dos três livros didáticos é muito semelhante, embora conteúdos semelhantes tem abordagens diferentes (TSO *et al.*, 2018). Primeiramente, a maneira como os três livros didáticos apresentaram o teorema de Pitágoras com uma breve introdução do significado de triângulos retângulos, aspectos históricos, definição do teorema, provas, aplicação e exercícios foram encontrados nos três livros. No entanto, a abordagem para cada um desses conteúdos foi bastante diferente entre os livros, incluindo maneiras de introduzir a definição do teorema, a quantidade e as formas diferentes de provar o teorema, tipos de aplicações do teorema e quantidade diferente de números de exercícios.

A segunda análise realizada utilizou a unidade de análise definida neste estudo para calcular o número de problemas e exercícios resolvidos nos livros didáticos. A Tabela 2 abaixo apresenta os valores encontrados.

**Tabela 2** – Quantidade de exercícios e exemplos trabalhados nos três livros didáticos

	BR	TW	SG
Número de exercícios	63	40	124
Exercícios Resolvidos	1	8	10

**Fonte:** elaborado pelo autor

O número de exercícios no livro didático de Cingapura é o mais alto e mostra que, com base no livro, os estudantes de Cingapura estão praticando mais do que os estudantes do Brasil e de Taiwan. Porém a mera prática não significa necessariamente oportunidade para o desenvolvimento da literacia matemática. Outro aspecto que chama atenção nesta análise é a quantidade de exercícios resolvidos, os livros de Taiwan e de Cingapura tendo significativamente mais exercícios resolvidos do que o livro Brasileiro.

Os resultados da análise das Competências matemáticas definidas pela Niss (2004) são apresentados na Tabela 3. Para cada competência, os problemas e exercícios resolvidos foram codificados dentre três níveis. Para o nível 0, a competência não é necessária ou é ativada em seu nível mais básico durante a solução do problema do teorema de Pitágoras. Para o nível 1, a competência é uma progressão do nível 0, o que significa que, se em um problema do nível 0 a competência não for necessária, para o nível 1, a competência aparecerá em seu nível básico. Se o nível 0 tiver sido ativado antes, o nível 1 implementaria um processo extra na solução do problema, tornando o item um pouco mais difícil. Para o nível 2, a competência é ativada no seu maior nível de dificuldade. Normalmente, perguntas complexas com muitas etapas, poucas e/ou muita informações que ajudam na solução do problema estão nesses níveis.

**Tabela 3** - Porcentagem de diferentes níveis para competências matemáticas em ambos problemas e exercícios resolvidos

Competências	BR (N = 64)			TW (N = 48)			SG (N = 134)			
	Níveis	0	1	2	0	1	2	0	1	2
Comunicação		22%	73%	5%	52%	33%	15%	34%	31%	35%
Mathematizing		84%	14%	2%	79%	8%	13%	66%	8%	25%
Representação		44%	14%	42%	42%	50%	8%	59%	25%	16%
Estratégias		80%	20%	0%	52%	46%	2%	49%	42%	8%
Símbolos		83%	14%	3%	85%	8%	7%	81%	14%	5%
Raciocínio		48%	50%	2%	65%	29%	6%	46%	41%	13%
Aids		98%	2%	0%	96%	0%	4%	100%	0%	0%

**Fonte:** elaborado pelo autor

Para a *comunicação*, o livro de Taiwan é o que mais exige que os seus alunos entendam o teorema de Pitágoras na sua forma mais básica (nível 0, 52%). Enquanto o livro brasileiro e o de Cingapura geralmente exigiram que o aluno interpretasse os problemas escritos de uma maneira mais complexa (níveis 1 e 2, BR 78% e SG 66%). Na *matematização*, o livro didático de Cingapura exigiu o nível mais alto para esta categoria (níveis 1 e 2, 33%), em oposição a Taiwan (níveis 1 e 2, 21%) e ao Brasil (níveis 1 e 2, 16%). No entanto, os três livros focaram mais em problemas intramatemáticos.

os livros didáticos brasileiros e taiwaneses exigiram que os alunos fizessem mais representações dos problemas propostos (níveis 1 e 2, BR 56% e TW 58%), em comparação com 41% (níveis 1 e 2) no livro didático de Cingapura. Na *estratégia*, os livros de Taiwan e Cingapura forneceram mais perguntas que exigiam pelo menos uma estratégia para sua solução (nível 1 e 2, TW 48% e SG 50%), em oposição a 20% (níveis 1 e 2) do livro Brasileiro.

No uso de *símbolos, de operações e de linguagem formal*, os três livros didáticos mostraram pouca expectativa para o uso de operações além da aritmética e da raiz quadrada, e também o incentivo ao uso de auxiliares e ferramentas na solução de exercícios foi extremamente baixo.

Quanto ao *raciocínio e à argumentação*, SG e BR têm uma expectativa maior do raciocínio matemático dos alunos (níveis 1 e 2, SG 54% e BR 52%), contra apenas 35% (níveis 1 e 2) dos livros didáticos de Taiwan. Para as *ferramentas*, em todos os livros o requerimento de ferramentas não foi significativo.

A análise das demandas cognitivas forneceu evidências para os livros com perguntas mais complexas ou aqueles que abordaram o teorema de Pitágoras em sua forma mais básica. Juntamente com o quadro das competências matemáticas, o autor obteve evidências dos resultados encontrados, os quais serão discutidos na próxima seção. Os resultados para a análise da demanda cognitiva são apresentados na Tabela 4.

**Tabela 4** – Número e porcentagem de ambos problemas e exercícios resolvidos nos diferentes níveis de demanda cognitiva

Livros didáticos	Nível Baixo		Nível Elevado	
	N	%	N	%
BR (N = 64)	16	25%	48	75%
TW (N = 48)	20	42%	28	58%
SG (N = 134)	39	29%	95	71%

**Fonte:** elaborado pelo autor

Tanto os livros didáticos brasileiros, quanto os de Cingapura exigiram um nível mais elevado de demanda cognitiva (BR 75% e SG 71%) em seus problemas e exercícios resolvidos. Esse resultado deve-se pelo fato de que em ambos os livros didáticos BR e SG, os alunos deveriam fazer mais conexões dentre diferentes tópicos matemáticos, enquanto no livro didático de TW os alunos eram requeridos a usar uma aplicação mais direta apenas da fórmula do teorema de Pitágoras, resultando em 42% de seus problemas sendo de nível baixo de demanda cognitiva. Os resultados referentes às demandas cognitivas corresponderam aos encontrados para as competências matemáticas, onde BR e SG, em geral, exigiram níveis mais altos para as competências em comparação com TW.

A última análise feita e apresentada a seguir foi realizada pelo uso do quadro conceitual para avaliar a literacia matemática desenvolvida por Gatabi, Stacey e Gooya (2012). A Tabela 5 apresenta uma visão geral dos resultados encontrados e é discutida abaixo.

**Tabela 5** –Número e porcentagem de ambos problemas e exercícios resolvidos que requerem o uso dos subcomponentes para modelagem matemática

Componentes da quadro	BR (N = 64)		TW (N = 48)		SG (N = 134)	
	N	%	N	%	N	%
<b>Contexto Matemático</b>						
Matemática no mundo real	10	16%	10	21%	44	33%
<b>Resolução de Problemas Matemáticos</b>						
Várias etapas	10	16%	24	50%	73	54%
Conexão entre tópicos	29	45%	25	52%	37	28%
Inédita	23	36%	18	38%	36	27%
<b>Formulação</b>						
Formulação é necessária	63	98%	48	100%	127	95%
Novo contexto	31	48%	21	44%	66	49%
Complexidade na formulação	02	3%	03	06%	09	07%
Nova Formulação	11	17%	11	23%	11	08%

**Fonte:** elaborado pelo autor

Quanto ao *contexto matemático*, o contexto dos problemas do livro de Cingapura mostrou-se mais extra matemático (33%) quando comparado com o de Taiwan e do Brasil (TW 21% e BR 16%). Os livros didáticos de Cingapura e de Taiwan, quanto à *resolução de problemas matemáticos*, tiveram mais problemas com várias etapas (54% e 50%, respectivamente) em comparação com o livro brasileiro (16%). Os livros didáticos de Taiwan e do Brasil tiveram mais conexão entre tópicos (52% e 45%, respectivamente), em oposição ao livro de texto de Cingapura (28%). Os três livros didáticos não apresentaram diferença significativa quanta a problemas inéditos, resultando em 38%, 36% e 27% (Taiwan, Brasil e Singapura, respectivamente).

A *formulação* necessária nos três livros didáticos não mostrou diferença significativa entre eles (TW 100%, BR 98% e SG 95%). Os três livros didáticos mostraram que metade de seus problemas introduz problemas com novos contextos. As tarefas dos três livros didáticos mostraram pouca complexidade na formulação (SG 7%, TW 6% e BR 3%). O livro didático de Cingapura apresentou a menor porcentagem em Nova Formulação necessária (8%), em contraste com Taiwan (23%) e Brasil (17%).



## DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

Os resultados apresentados acima levam o autor a uma ampla discussão sobre as oportunidades da literacia matemática oferecidas por cada um dos livros didáticos.

O conteúdo de cada um dos livros didáticos é bastante semelhante, embora as abordagens dos tópicos serem bastante diferentes (TSO, LEI, PINHEIRO; LU, 2018). A maneira como o teorema foi definido pelo BR é basicamente verbal, enquanto TW e SG deram uma definição escrita e gráfica, o que pode ajudar os alunos a entender o teorema conceitualmente. Um grande número de provas do teorema foi apresentado no livro BR e pode ajudar os alunos no desenvolvimento não apenas de como o teorema funciona, mas também porque ele funciona. Mais análises são necessárias para a compreensão do impacto das provas do teorema no desenvolvimento da literacia matemática dos alunos. Finalmente, o livro da SG apresentou uma seção sobre a história do teorema de bastante relevância, o que pode ajudar os alunos a valorizar o teorema e a entender suas aplicações nos conteúdos da vida real. Os livros didáticos brasileiro e taiwanês apresentaram uma história mais simples do teorema.

Não é a partir de hoje que as pessoas dizem que a prática leva à perfeição. No entanto, o papel da repetição na aprendizagem da matemática é controverso na comunidade de educação matemática pois pode está ligado à percepção da matemática como memorização (LUBIENSKI; PINHEIRO, 2020). Os estudantes de Cingapura são os que mais praticam, no sentido de resolver sequências de exercícios providenciados pelo livro didático. Além disso, os problemas dos livros didáticos de Cingapura e os exercícios resolvidos são os que oferecem mais oportunidades para os alunos trabalharem com o mundo extra matemático. Essa relevância de contextos do mundo real dada nos livros da SG comprova que o SG trabalha fortemente para que os alunos se tornem literados em matemática. Os exemplos são uma parte fundamental no ensino e ajudam a guiar os alunos em seus aprendizados. Além disso, diferentes exercícios resolvidos podem ajudar os alunos a desenvolver diferente conceitos sobre o tópico em questão. Por um lado, o livro brasileiro carecia de exercícios resolvidos. No capítulo do teorema de Pitágoras, apenas um exemplo foi apresentado. Por outro lado, os livros didáticos de Cingapura e de Taiwan forneceram vários exercícios resolvidos para ajudar no desenvolvimento de conceitos por trás do teorema de Pitágoras, em especial vários exercícios resolvidos no contexto do mundo real, o que é bastante importante para a literacia matemática pois mostra aos alunos como aplicar melhor conceitos a problemas diversos, os quais são encontrados na vida cotidiana dos alunos.

Este estudo conclui que o número de exercícios resolvidos em cada um dos livros didáticos foi um fator importante que pode influenciar no desenvolvimento da literacia matemática dos alunos. Com os desafios de um mundo em constante mudança e adaptações, este estudo também chega à conclusão de que os livros do Brasil e da Cingapura oferecem os seus alunos tarefas em níveis mais elevado de demanda cognitiva, o que beneficia o desenvolvimento da literacia matemática. Os livros da Cingapura e de Taiwan também apresentaram mais problemas em que os alunos necessitavam a resolução de várias etapas, o que faz a este estudo a chegar a conclusão de que estes problemas fornecem aos estudantes o desafio de conectar diversos tópicos matemáticos para a resolução do problema, outro fator importante para a literacia matemática.

Existem muitas outras variáveis que podem influenciar no desenvolvimento literático dos alunos e aqui não foram consideradas. No Brasil, em Cingapura e em Taiwan, o tempo alocado para o ensino de Matemática e, conseqüentemente, do teorema de Pitágoras não são os mesmos; portanto, seria importante verificar este fator para ver se o tempo por questão é igualmente distribuído ou não, e se isso influencia na literacia matemática. Estudos posteriores também precisam analisar como a cultura da sala de aula de matemática influencia na aprendizagem do aluno. Este estudo fez a análise do teorema de Pitágoras em livros didáticos para entender as oportunidades proporcionadas pelos livros didáticos para o desenvolvimento do literacia matemática, outros estudos podem analisar o teorema de Pitágoras nos livros didáticos em comparação com o desempenho dos alunos em questões sobre o teorema de Pitágoras no exame PISA para obter mais informações sobre as relações do desempenho com a literacia matemática.

Este estudo tem limitações que podem ter influenciado os resultados finais. A primeira limitação foi o uso de apenas um livro didático para desenvolver esta pesquisa. Embora entre os livros de Taiwan e de Cingapura, há uma grande similaridade devido a um currículo nacional que influencia a elaboração dos livros, no Brasil diferentes séries de livros podem variar bastante, portanto, a escolha de apenas um livro brasileiro pode alterar bastante os resultados aqui apresentados. Outra limitação foi o fato de apenas um capítulo em cada um dos livros didáticos ter sido analisado. Se uma grande variedade de tópicos que influenciam o desenvolvimento da literacia matemática dos alunos fossem analisados, os resultados encontrados também poderiam ser diferentes. É importante notar que a contribuição dessa pesquisa está tanto na apresentação do quadro conceitual para pensar sobre a literacia matemática como um todo e apontar aspectos positivos e negativos que os livros didáticos desses três países têm desenvolvido na ajuda do literamento matemático de seus estudantes.

## REFERÊNCIAS

- ALAJMI, A. H. Addressing computational estimation in the Kuwaiti curriculum: teachers' views. **Journal of Mathematics Teacher Education**, The Netherlands, v. 12, n. 4, p. 263-283, aug 2009. Disponível in <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/s10857-009-9106-3.pdf>. Access in 25 aug 2020.
- CHARALAMBOUS, C. Y. *et al.* A comparative analysis of the addition and subtraction in textbooks from three countries. **Mathematical Thinking and Learning**, Philadelphia, v. 12, n. 2, p. 117-151, mar 2010. DOI <https://doi.org/10.1080/10986060903460070>. Access in 25 aug 2020.
- DE LANGE, J. Mathematics for literacy. In: MADISON, B. L.; STEEN, L. A. (ed.). **Quantitative Literacy: why numeracy matters for schools and colleges**. Princenton, NJ: National Council on Education and the Disciplines, 2003. p. 75-89.
- GATABI, A. R.; STACEY, K.; GOOYA, Z. Investigating grade nine textbook problems for characteristics related to mathematical literacy. **Mathematics Education Research Journal**, The Netherlands, v. 24, n. 4, p. 403-421, dec. 2012. Disponível in <https://link.springer.com/article/10.1007/s13394-012-0052-5>. Access in 25 aug 2020.
- HO, E. S. C. Characteristics of east asian learners: what we learned from PISA. **Educational Research Journal**, Hong Kong, v. 24, n. 2, p. 327-348, Winter 2009. Disponível in [http://www.fed.cuhk.edu.hk/~hkisa/articles/Ho\\_2010\\_erj\\_v24n2\\_327-348.pdf](http://www.fed.cuhk.edu.hk/~hkisa/articles/Ho_2010_erj_v24n2_327-348.pdf). Access in 25 aug 2020.
- JABLONKA, E. Mathematical literacy. In: BISHOP, A. J. *et al.* (ed.). **Second international handbook of mathematics education**. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2003. p. 75-102.
- KIRSCH, I. The international adult literacy survey (IALS): understanding what was measured. **Education Testing Services**. Princeton, New Jersey, dec 2001. Disponível in <https://www.ets.org/Media/Research/pdf/RR-01-25-Kirsch.pdf>. Access in 25 aug 2020.
- LEE, S. F. PISA functional literacy as represented in Taiwanese mathematics textbooks. THE 2014 HAWAII UNIVERSITY INTERNATIONAL CONFERENCES. **SCIENCE, TECHNOLOGY, ENGINEERING, MATH & EDUCATION**. Honolulu, Hawaii, 2014. Disponível in [https://www.huichawaii.org/assets/lee\\_suiv\\_fen\\_stem\\_2014.pdf](https://www.huichawaii.org/assets/lee_suiv_fen_stem_2014.pdf). Access in 25 aug 2020.
- LUBIENSKI, S. T.; PINHEIRO, W. A. Gender and mathematics: what can other disciplines tell us? What is our role? **Journal of Urban Mathematics Education**, College Station, v. 13, n.1, p. 1-14, may 2020. Disponível in <https://jume-ojs-tamu.tdl.org/jume/index.php/JUME/article/view/377>. Access in 31 ago 2020.
- NCTM. National Council of Teachers of Mathematics. **Curriculum and evaluation standards for school mathematics**. Reston: VA, 1989.
- NISS, M. Mathematical competencies and PISA. In: STACEY, K.; TURNER, R. (ed.). **Assessing mathematical literacy: The PISA experience**. Cham: Switzerland, 2015. p. 35-55.
- OECD. Organization for Economic Co-Operation and Development. **PISA 2015 assessment and analytical framework: science, reading, mathematics, and financial literacy**. Paris: France, 2016. Disponível in <https://www.oecd.org/publications/pisa-2015-assessment-and-analytical-framework-9789264281820-en.htm>. Access in 25 aug 2020.

PEHKONEN, L. The magic circle of the textbook – an option or an obstacle for teacher change. **PROCEEDINGS OF THE ANNUAL MEETING OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION**. V. 3. Bergen: Norway, 2004. p. 513-520. Disponível in [https://www.researchgate.net/publication/237558624\\_THE\\_MAGIC\\_CIRCLE\\_OF\\_THE\\_TEXTBOOK\\_-\\_AN\\_OPTION\\_OR\\_AN\\_OBSTACLE\\_FOR\\_TEACHER\\_CHANGE](https://www.researchgate.net/publication/237558624_THE_MAGIC_CIRCLE_OF_THE_TEXTBOOK_-_AN_OPTION_OR_AN_OBSTACLE_FOR_TEACHER_CHANGE). Access in 25 aug 2020.

REZAT, S.; STRAESSER, R. From the didactical triangle to the sociodidactical tetrahedron: Artifacts as fundamental constituents of the didactical Situation. **ZDM – The International Journal on Mathematics Education**. Germany, v.44, n. 5, p. 641-651, 2012. Disponível in [https://eclass.uoa.gr/modules/document/file.php/MATH540/TEΛIKH%20EΡΓΑΣΙΑ\\_ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ%20ΥΛΙΚΟ/ΑΝΑΛΥΣΗ%20ΣΧΟΛΙΚΩΝ%20ΒΙΒΛΙΩΝ/strasser-rezat\\_2012.pdf](https://eclass.uoa.gr/modules/document/file.php/MATH540/TEΛIKH%20EΡΓΑΣΙΑ_ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ%20ΥΛΙΚΟ/ΑΝΑΛΥΣΗ%20ΣΧΟΛΙΚΩΝ%20ΒΙΒΛΙΩΝ/strasser-rezat_2012.pdf). Access in 25 aug 2020.

TANNER, D.; TANNER, L. N. **Curriculum development: theory into practice**. New York: Macmillan, 1980.

TSO, T. Y. *et al.* Comparative implications of mathematical literacy between Taiwanese, Singaporean, and Brazilian textbooks: using the pythagorean theorem as an example. **Journal of Textbook Research**, Taipei, v. 11, n. 3, p.34-62, dec. 2018. Disponível in <https://eds.a.ebscohost.com/eds/pdfviewer/pdfviewer?vid=1&sid=66945dbe-f44c-4e95-9136-51979500102e%40sessionmgr4008>. Access in 25 aug 2020.

XENOFONTOS, C.; PAPADOPOULOS, C. Opportunities of learning through the history of mathematics: the example of national textbooks in Cyprus and Greece. **International Journal for Mathematics Teaching and Learning**, v. 16, July 2015. Disponível in <https://dspace.stir.ac.uk/handle/1893/26797#.XzIALy05RTY>. Access in 25 aug 2020.