



O DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO PROPORCIONAL NO CURRÍCULO DE MATEMÁTICA DA CIDADE DE SÃO PAULO (7º ANO)

Thiago Mascára da Silva¹

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-6568-9051>

Wagner Barbosa de Lima Palanch²

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9473-407X>

RESUMO

O objetivo desse artigo é analisar quais Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento do sétimo ano no Currículo da Cidade de São Paulo de Matemática podem ser apresentados utilizando como aporte problemas de proporção que apoiem raciocínio proporcional. A metodologia empregada nesse artigo é a pesquisa qualitativa de caráter documental. A análise feita no quadro de Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Currículo da Cidade apontou que os mesmos podem ser desenvolvidos com o apoio dos problemas de proporção que favoreçam o raciocínio proporcional apontados no estudo de Lesh, Post e Behr de 1988 em diversas ocasiões mesmo fora do objeto de conhecimento (proporcionalidade). Nossa análise sinaliza assim a flexibilidade de utilizar tais problemas no Currículo da Cidade de São Paulo o que reforça a proporcionalidade como Ideia Fundamental da Matemática.

Palavras-chave: Currículo Prescrito; Raciocínio Proporcional; Proporcionalidade.

THE DEVELOPMENT OF PROPORTIONAL REASONING IN THE MATHEMATICS CURRICULUM OF THE CITY OF SÃO PAULO (7th YEAR) MIDDLE SCHOOL

1

ABSTRACT

The aim of this article is to analyze which Learning and Development Goals of the seventh year in the Mathematics of the City of São Paulo's Curriculum can be presented using proportion problems that support proportional reasoning. The methodology used in this article is qualitative research of documentary character. The analysis made in the framework of Learning and Development Objectives of the City Curriculum pointed out that they can be developed with the support of the proportion problems that favor the proportional reasoning pointed out in the study by Lesh, Post and Behr of 1988 on several occasions even outside of the knowledge object (proportionality). Our analysis thus signals the flexibility of using such problems in the São Paulo City Curriculum, which reinforces proportionality as a Fundamental Idea of Mathematics.

Keywords: Prescribed Curriculum; Proportional Reasoning; Proportionality.

¹ Graduado em licenciatura plena em Matemática Universidade Santanna (UNISANTANNA) em 2012, e Mestrando no Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul. Atualmente é Professor de Matemática no Ensino Fundamental e Médio do Colégio Sigmund Freud e Pesquisador do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática, Estrutura Curricular e Formação de Professores da Universidade Cruzeiro do Sul. E-mail: thiago.oblato@gmail.com.

² Doutor em Educação Matemática Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP) em 2016. Atualmente é Professor Assistente no Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, líder do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática, Estrutura Curricular e Formação de Professores da Universidade Cruzeiro do Sul, e Diretor do Núcleo Técnico de Currículo da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo. E-mail: wagnerpalanch@gmail.com.

EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO PROPORCIONAL EN EL CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS DE LA CIUDAD DE SÃO PAULO (7º AÑO)

RESUMEN

El objetivo de este artículo es analizar qué Objetivos de Aprendizaje y Desarrollo del séptimo año en el Currículo de Matemáticas de São Paulo se pueden presentar utilizando problemas de proporción que respalden el razonamiento proporcional. La metodología utilizada en este artículo es la investigación cualitativa de carácter documental. El análisis realizado en el marco de los Objetivos de Aprendizaje y Desarrollo del City Curriculum señaló que pueden desarrollarse con el apoyo de los problemas de proporción que favorecen el razonamiento proporcional señalado en el estudio de Lesh, Post y Behr de 1988 en varias ocasiones, incluso fuera del objeto de conocimiento (proporcionalidad). Nuestro análisis, por lo tanto, señala la flexibilidad de usar tales problemas en el Currículo de la Ciudad de São Paulo, que refuerza la proporcionalidad como una idea fundamental de las matemáticas.

Palabras clave: Plan de estudios prescrito; Razonamiento Proporcional; Proporcionalidad.

INTRODUÇÃO

O objetivo deste artigo é analisar, nos Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento (OAD) do novo Currículo da Cidade de São Paulo de Matemática (SÃO PAULO, 2017), a existência de prescrições que flexibilizem a utilização dos problemas de proporção que favoreçam o desenvolvimento do raciocínio proporcional nas concepções de Lesh, Post e Behr (1988). Este artigo é um recorte de uma dissertação de mestrado, cuja questão de pesquisa é *como os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Currículo da cidade de São Paulo de Matemática e as atividades de proporcionalidade desenvolvidas no Caderno da Cidade Saberes e Aprendizagens (ambos do sétimo ano) podem contribuir para o desenvolvimento do raciocínio proporcional?*

O Currículo da Cidade sancionado em 2017, com a intenção de democratizar o processo de elaboração, segundo São Paulo (2017), contou com a colaboração de 43.655 estudantes da rede municipal de ensino que responderam a questionários sobre o que, e como aprender nas escolas municipais, também colaboraram 16.030 educadores, quanto à organização das práticas curriculares.

A proporcionalidade no Currículo da Cidade está inserida em um conjunto denominado por São Paulo (2017) de Ideias Fundamentais da Matemática (IFM), e não é o caso neste artigo extrapolar outros campos, em que seja utilizado esse termo de modo a restringir-nos ao Currículo da Cidade.

A proporcionalidade é uma ideia matemática poderosa que mobiliza diversos aspectos tanto intrínsecos, como externos da matemática. Seu espectro amplo engloba relações de equivalência da aritmética básica, potencializa a capacidade

análítica de entender relações entre grandezas, alicerça a álgebra, o estudo das funções ocupando lugar importante nos currículos escolares de matemática.

Para essa análise, estamos considerando os OAD do 7º ano do Ensino Fundamental, pois, mais especificamente, nesse ano escolar, são fundamentados os conceitos de razão e proporção nos livros didáticos. Desse modo, consideramos importante que, na fundamentação dos conceitos de proporcionalidade, o raciocínio proporcional esteja presente como um alicerce da mesma e em muitos outros temas de contexto familiar aos estudantes.

Para a condução de nossa análise documental sobre nos OAD do currículo prescrito (SÃO PAULO, 2017), utilizaremos algumas categorias de problemas importantes sobre proporção e elementos da definição de raciocínio proporcional descritas em Lesh, Post e Behr (1988). A metodologia empregada neste artigo é a pesquisa qualitativa de caráter documental, pois utiliza como objeto de análise um documento oficial produzido pela Secretaria Municipal de Educação de São Paulo (SÃO PAULO, 2017), Marconi e Lakatos (2011) apontam.

A característica da pesquisa documental é que a fonte de coleta de dados está restrita a documentos, escritos ou não, constituindo o que se denomina de fontes primárias. Estas podem ser feitas no momento em que o fato ou fenômeno ocorre, ou depois (MARCONI; LAKATOS, 2011, p. 157).

Para este trabalho de pesquisa, analisaremos o quadro de OAD do 7º ano, buscando identificar (i) quais objetivos trazem em suas prescrições e (ii) quais indicações permitem a utilização dos problemas de proporção apontados no estudo de Lesh, Post e Behr (1988) para o desenvolvimento do raciocínio proporcional. Como o próprio objetivo da pesquisa sugere, nossa análise se propõe a explorar questões subjetivas do documento curricular.

A pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares. Ela se ocupa dentro das Ciências Sociais, com o universo dos significados, dos motivos, das aspirações, das crenças, dos valores e das atitudes. [...] a abordagem qualitativa se aprofunda no mundo dos significados. Esse nível de realidade não é visível, precisa ser exposto e interpretado, em primeira instância, pelos próprios pesquisados e, em segunda instância, por um processo compreensivo e interpretativo contextualizado (MINAYO, 2016, p. 20-21).

Conforme apontado por Fiorentini e Lorenzato (2006), a Educação Matemática situa-se no campo das Ciências Sociais, ocupando-se dos processos pedagógicos da construção do saber matemático. Nosso objeto de análise (currículo prescrito), importa-se, também, com questões de ensino e de aprendizagem de matemática.

Observaremos, no quadro de OAD do 7º ano os eixos estruturantes, Números, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística e Álgebra. Bem como os eixos articuladores, a saber: Jogos e Brincadeiras, Processos Matemáticos e Conexões Extramatemática. Buscaremos, assim, apontar quais OAD podem ser abordados com a aplicação dos sete tipos de problemas sobre proporções que desenvolvem o raciocínio proporcional na concepção de Lesh, Post e Behr (1988).

Currículo Prescrito

O currículo quando delineado e estruturado está muito além da sequência de conteúdos de uma disciplina, tem a ver com o projeto de uma sociedade na qual está inserida e idealiza um modelo de indivíduo atuante nesta determinada sociedade, portanto campo de poder e de relações.

O currículo é uma práxis antes que um objeto estático emanado de um modelo coerente de pensar a educação ou as aprendizagens necessárias das crianças e dos jovens, que tampouco se esgota na parte explícita do projeto de socialização cultural nas escolas. É uma prática, expressão, da função socializadora e cultural que determinada instituição tem, que reagrupa em torno dele uma série de subsistemas ou práticas diversas, entre as quais se encontra a prática pedagógica desenvolvida em instituições escolares que comumente chamamos ensino (SACRISTÁN, 2000, p. 15-16).

4

Embora nossa perspectiva esteja voltada para as prescrições do currículo (Currículo da Cidade), são elas que orientam o movimento dos agentes que colaboram para a construção de conhecimentos matemáticos, transformando, assim, o objeto estático (currículo) em uma práxis que transcende os objetivos do documento e se converte em Educação. Estabelece-se nas Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica, em seu artigo 13.

Art. 13. O currículo, [...], configura-se como o conjunto de valores e práticas que proporcionam a produção, a socialização de significados no espaço social e contribuem intensamente para a construção de identidades socioculturais dos educandos.

§ 1º O currículo deve difundir os valores fundamentais do interesse social, dos direitos e deveres dos cidadãos, do respeito ao bem comum e à ordem democrática, considerando as condições de escolaridade dos estudantes em cada estabelecimento, a orientação para o trabalho, a promoção de práticas educativas formais e não-formais.

§ 2º Na organização da proposta curricular, deve-se assegurar o entendimento de currículo como experiências escolares que se desdobram em torno do conhecimento, permeadas pelas relações sociais, articulando vivências e saberes dos estudantes com os conhecimentos historicamente acumulados e contribuindo para construir as identidades dos educandos. (BRASIL, 2010, p. 4-5).

Em nossa presente pesquisa sobre os OAD com aportes do raciocínio proporcional, esperamos que as contribuições deste documento se desdobrem em experiências escolares em consonância com o parágrafo 2º das Diretrizes supracitada.

A introdução do Currículo da Cidade (SÃO PAULO, 2017) faz menção às concepções da matemática, destacam as potencialidades formativas, sua utilidade no cotidiano da sociedade e, ainda, na promoção aos estudantes da análise e na tomada de decisões para intervir na realidade.

Com nossa análise do Currículo da Cidade, objetivamos, valendo-nos do desenvolvimento do raciocínio proporcional, contribuir para o desenvolvimento das habilidades analíticas dos estudantes e aperfeiçoar o processo de tomada de decisão.

Esperamos que com o desenvolvimento das habilidades analíticas advindas do trabalho com proporcionalidade, possamos contribuir para a formação integral dos estudantes. A Proporcionalidade faz parte de um conjunto de ideias que são exploradas no Currículo da Cidade e, também, na Base Nacional Curricular Comum (BNCC).

Essas ideias exploradas no Currículo da Cidade são chamadas por (São Paulo, 2017) de Ideias Fundamentais da Matemática e estão “[...] presentes nos mais variados assuntos do componente curricular, estabelecendo uma articulação natural entre eles ao longo de todo o Ensino Fundamental” (SÃO PAULO, 2017, p. 65).

O conjunto é formado por sete ideias, quais sejam: Interdependência, Aproximação, Proporcionalidade, Ordem, Representação, Equivalência e Variação. Segundo Machado (2015), é urgente a tarefa de criação de um conjunto de Ideias Fundamentais da Matemática, bem como a criação de tal elenco, ainda Machado (2015) cita três normas para identificar uma ideia fundamental: tem que ser fácil de explicar, pode estar presente em diversos temas da disciplina e deve estar em temas externos a disciplina a que deu origem, transitando em diferentes contextos.

Este trabalho trata somente da ideia de Proporcionalidade, uma vez que está presente em vários objetos de conhecimento e por ter aplicações infundáveis de contexto familiar aos estudantes.

Proporcionalidade

A proporcionalidade é conceito fundamental da matemática. Remete-nos a ideia de equivalência, de comparação, de igualdade entre razões e, mais comumente, associado aos problemas de valor omissos, nos quais impera nas resoluções o milenar método da “regra de três”.

O conceito de proporcionalidade segundo Lima (2012) deve atender a três condições.

Examinemos o conceito de proporcionalidade. Sejam x e y dois tipos de grandezas. Diz-se que y é proporcional a x quando:

1º As grandezas x e y acham-se da tal modo relacionadas que a cada valor de x corresponde um valor determinado de y . Diz-se então que existe uma correspondência $x \rightarrow y$ e que y é função de x . Quando escrevemos $x \rightarrow y$ estaremos querendo dizer que y é o valor que corresponde a x .

2º Quanto maior for x , maior será y . Em símbolos: se $x \rightarrow y$ e $x' \rightarrow y'$ então $x < x'$ implica $y < y'$.

3º Se a um valor x_0 corresponde y_0 e c é um valor qualquer (inteiro) então o valor de y que corresponde a cx_0 é cy_0 . Simbolicamente: Se $x_0 \rightarrow y_0$ então $cx_0 \rightarrow cy_0$. (LIMA *et al.*, 2012, p. 2-3).

Como definem Lima e colaboradores (2012), a proporcionalidade é uma relação estabelecida entre duas grandezas consideradas. Essa grandeza existe somente se para cada valor de x da primeira grandeza, existir um único valor correspondente em y da segunda grandeza, de modo que uma vez definida a lei de formação da função pode-se prever a proporcionalidade em outros intervalos como um experimento determinístico.

Não menos importante do que as três condições apontadas por Lima (2012), é o fato de a proporcionalidade entre duas grandezas poder ocorrer apenas em um intervalo e não fora dele, ou mesmo de não haver qualquer correspondência entre as mesmas, engano frequente causado pela massificação dos procedimentos de resolução que prejudicam o desenvolvimento do raciocínio proporcional segundo Lesh, Post e Behr (1988).

Raciocínio Proporcional

Nos problemas de proporção, diversas são as abordagens para chegar à solução, seja de natureza algorítmica, seja de natureza metodológica, o raciocínio proporcional transcende a solução e preocupa-se com os contornos do problema (percepção da variação, da igualdade ou não entre razões, de relações entre as grandezas envolvidas).

O raciocínio proporcional é uma forma de raciocínio matemático que envolve o sentido de co-variância e múltiplas comparações, assim como a aptidão para reunir e processar mentalmente diversos conjuntos de informação. O raciocínio proporcional está relacionado com inferência e predição e envolve o pensamento qualitativo e quantitativo. Na nossa investigação consideramos que as principais características do raciocínio proporcional envolvem o raciocínio sobre as relações holísticas entre duas expressões racionais, tais como, taxa, razão, quociente e fração. Isto abrange invariavelmente a apropriação e a síntese mentais dos vários complementos destas

expressões e uma aptidão para inferir sobre a igualdade ou desigualdade de pares ou séries dessas expressões, baseada na análise e na síntese. Também envolve a habilidade de produzir com sucesso as componentes omissas, independentemente dos aspectos numéricos do problema (LESH; POST; BEHR, 1988, p. 1).

Os autores supracitados defendem ainda que um estudante, ao resolver um problema sobre proporções, não está, necessariamente, usando o raciocínio proporcional e sugerem, com veemência, que os problemas de valor omissos resolvidos pelo método do produto cruzado, popularmente chamada de regra de três desfavorece o desenvolvimento do raciocínio proporcional.

No intuito descobrir as causas das dificuldades do desenvolvimento do raciocínio proporcional, Lesh, Post e Behr (1988) apontam sete tipos de problemas de proporção que enfatizam diferentes aspectos da proporcionalidade.

1. Problemas do valor omissos:

$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ no qual três valores são conhecidos e o objetivo é encontrar a parte omissa da segunda razão.

2. Problemas de Comparação:

$\frac{A}{B} \leq ? \geq \frac{C}{D}$, em que são dados quatro valores e o objetivo é avaliar qual das situações é verdadeira: $\frac{A}{B} < \frac{C}{D}$ ou $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ ou $\frac{A}{B} > \frac{C}{D}$

3. Problemas de transformação:

a) Alteração de raciocínio: é dada uma equivalência $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$. Depois aumenta-se ou diminui-se uma certa quantidade de um ou dois dos quatro valores A, B, C ou D e o objetivo é decidir qual a relação (<, > ou =) que é agora verdadeira.

b) Transformações para obter uma igualdade: É dada uma desigualdade sob a forma $\frac{A}{B} < \frac{C}{D}$. Depois, para cada um dos valores A, B, C ou D, um valor x deve ser determinado, de modo a que, por exemplo $\frac{(A+x)}{B} = \frac{C}{D}$.

4. Problemas do valor médio

São dados dois valores e o objetivo é encontrar um terceiro.

a) Média geométrica: $\frac{A}{X} = \frac{X}{D}$.

b) Média harmônica: $\frac{A}{B} = \frac{(A-x)}{(x-B)}$.

5. Proporções que envolvem a conversão entre razão, taxa e frações. A razão entre rapazes e moças na turma é de 15 para 12. Qual é a fração de rapazes na turma?

6. Proporções que envolvem unidades de medida assim como números.

$$\frac{3\text{pés}}{2\text{segundos}} = \frac{x\text{milhas}}{1\text{hora}} \quad \text{OU} \quad \frac{5\text{pés}}{1\text{segundo}} = \frac{x\text{milhas}}{1\text{hora}}$$

7. Problemas de conversão entre sistemas de representação.

A razão (fração, taxa ou quociente) é dada num sistema de representação e o objetivo é representar essa mesma relação em outro sistema de representação (LESH; POST; BEHR, 1988, p. 4-5).

A compreensão do raciocínio proporcional deve extrapolar a simples ideia de que os dois lados de uma equação são iguais. O componente essencial é o reconhecimento de um padrão estrutural que permita a inferência e comparações entre grandezas, equivalências e razões.

Todavia, para compreender a essência do raciocínio proporcional é importante compreender que a matemática é essencialmente o estudo da estrutura e da invariância, da equivalência e da não equivalência sob a variedade das diferentes transformações. Na passagem dos alunos para níveis mais complexos da matemática, muito menos actividades de resolução de problemas se encaixam no estereótipo "determinação do x". Muitas mais se enquadram na categoria do estudo da estrutura-transformação-invariância (LESH; POST; BEHR, 1988, p. 12).

No trecho supracitado, os autores referem-se ao risco de incorrer em uma visão reducionista da matemática como ciência, cujo fim é descobrir o valor da incógnita x e reforçam que a matemática tem mais a ver com a busca de padrões, com a percepção de não equivalência e com o estudo de estruturas. Essa compreensão segundo os autores contribui para a o entendimento do raciocínio proporcional. Corroborando com as ideias de Lesh, Post e Behr (1988), Lamon (2012) defende.

Raciocínio proporcional refere-se a detectar, expressar, analisar, explicar e fornecer evidências que apoiem afirmações sobre relações proporcionais. A palavra raciocínio sugere ainda que usamos o senso comum, bom julgamento e uma abordagem ponderada para resolver problemas, ao invés de extrair números das palavras do problema e aplicar de maneira cega regras e operações. Tipicamente não associamos raciocínio com o uso de regras dirigidas ou procedimentos mecanizados, mas sim com processo mental, de fluxo livre que exige análise consciente das relações entre quantidades (LAMON, 2012, p. 4).

Desse modo, concebemos o raciocínio proporcional como um modo de pensar sobre a proporcionalidade, e que contribui para a habilidade de analisar, comparar e sintetizar dados, reconhecer a covariação ou não entre pares de razões e consequentemente incrementar o pensamento matemático.

Procedimentos metodológicos

Vamos proceder com nossa análise relacionando os OAD do sétimo ano (anos finais do Ensino Fundamental) aos tipos de problemas sobre proporções descritos em Lesh, Post e Behr (1988). Cada um desses problemas trabalha o desenvolvimento do raciocínio proporcional sob um aspecto particular o conjunto propicia uma visão geral da proporcionalidade fornecendo aos estudantes uma variedade de perspectivas no amplo espectro da matemática e facilitando a interação com outros conteúdos e com diversas aplicações.

Como já antecipado na introdução, essa análise documental propõe-se a investigar temas subjetivos dos OAD, de modo a trazer a tona questões que segundo Minayo (2016) pertencem "ao mundo dos significados. Esse nível de realidade não é

visível, precisa ser exposto e interpretado". Com esse intuito, vamos expor as possíveis relações do Currículo da Cidade e o raciocínio proporcional.

Na próxima sessão prosseguiremos com a descrição dos problemas sobre proporção (supracitados) que apoiam o raciocínio proporcional segundo Lesh, Post e Behr (1988), em seguida relacionaremos os OAD associados a cada tipo de problema e avançaremos para as análises.

Análise dos OAD

Antes de iniciarmos a análise dos OAD por tipos (categorias) de problemas de proporção que apoiam o raciocínio proporcional, citamos o OAD (EF07M15), que por tratar especificamente de proporcionalidade pode utilizar os sete tipos de problemas de proporção de forma geral para propiciar oportunidades de análises diversas entre pares de razões e a busca de similaridades estruturais na proporção.

(EF07M15) Solucionar e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas (SÃO PAULO, 2017, p. 112).

Nesse OAD, os sete tipos de problemas de proporção podem potencialmente contribuir para o raciocínio proporcional desenvolvendo segundo Lesh, Post e Behr (1988) “[...] aptidão para reunir e processar mentalmente diversos conjuntos de informação, [...] inferência e predição” (LESH; POST; BEHR, 1988, p. 1).

A seguir iniciamos a análise dos OAD do Currículo da Cidade investigando nas prescrições a convergência para o uso dos problemas de proporção dos autores supracitados.

(1) Problemas de valor omisso

Nos problemas de valor omisso o objetivo é encontrar o valor da incógnita x em $\frac{A}{B} = \frac{x}{D}$, de modo a satisfazer a proporção. Amplamente divulgado e conhecido pela resolução utilizando o método do produto cruzado $A \times D = x \times B$ comumente chamado de regra de três. Segundo Lesh, Post e Behr (1988) os estudantes que solucionam problemas utilizando tal método raramente estão utilizando o raciocínio proporcional para considerar o padrão de variação entre as razões. Sobre isso apontam ainda,

[...] [por] regra respondemos que se não houver evidência que a criança reconhece a semelhança estrutural representada pelos dois

lados da equação, então não há evidências de raciocínio proporcional. (LESH; POST; BEHR, 1988, p. 13).

Apresentamos a seguir os OAD que podem utilizar esse tipo de problema como aporte para o raciocínio proporcional.

(EF07M04) Analisar, interpretar, formular e solucionar problemas com números naturais, inteiros e racionais envolvendo os diferentes significados das operações (SÃO PAULO, 2017, p. 111).

Nesse objetivo, encontramos a oportunidade de utilizar (1), pois o mesmo envolve a análise, interpretação, formulação e solução de problemas que envolvem números racionais com operações multiplicativas.

(EF07M05) Analisar, interpretar, formular e solucionar problemas envolvendo o princípio multiplicativo (SÃO PAULO, 2017 p. 111).

O princípio multiplicativo poder ser objeto de (1), por trás em sua constituição elementos que podem ser indutores da percepção de covariação (de natureza multiplicativa) entre as razões, contribuindo para análise, interpretação, formulação e solução de problemas que necessitam encontrar um componente omissos da proporção.

(EF07M07) Analisar, interpretar, formular e solucionar problemas em contextos da educação financeira que envolvam as idéias de porcentagem, acréscimo simples e de decréscimo simples e validar a adequação dos resultados por meio de estimativas ou tecnologias digitais (SÃO PAULO, 2017 p. 111).

No trabalho com problemas em contextos de educação financeira, muitas vezes os componentes omissos são taxas percentuais que podem ser convertidas em frações de denominador cem, o problema pode envolver a busca de valor (omisso) futuro, produto de acréscimo ou decréscimo de natureza proporcional.

(EF07M13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a de incógnita (SÃO PAULO, 2017, p. 112).

Em (1), a ideia de variável pode ser explorada em diversos contextos tais como a velocidade média que expressa a relação entre a grandeza tempo ao espaço, problemas que envolvem escalas, densidade e muitos outros.

(EF07M25) Solucionar problema que inclua noções de espaço amostral e de probabilidade de um evento, apresentando respostas

por meio de representações fracionárias ou porcentagens (SÃO PAULO, 2017, p. 113).

Os problemas de estatística propiciam uma oportunidade de trabalhar (1), quando o componente omisso é o tamanho de uma amostra em relação a um determinado universo estatístico pesquisado. A amostra pode ser representada como uma fração ou porcentagem do todo. No campo da probabilidade o componente omisso pode ser, por exemplo, a incerteza de ocorrência de um dado evento proporcionalmente considerado em relação às possíveis ocorrências do mesmo.

(EF07M29) Investigar mudanças que ocorrem com o perímetro ou a área de um quadrado ao se ampliar ou reduzir as medidas de seus lados (SÃO PAULO, 2017, p. 113).

As mudanças que ocorrem com perímetro e área podem ser investigadas utilizando os (1) na busca de valores desconhecidos que justifiquem a proporcionalidade na igualdade entre razões onde as ampliações e reduções são apresentadas por meio de frações.

(EF07M33) Localizar, em plantas e mapas, a escala adotada e solucionar problemas envolvendo esse conceito (SÃO PAULO, 2017, p. 113).

O conceito de escala por si já exprime uma relação de proporcionalidade entre a medida utilizada em uma planta ou mapa e a medida real do que está sendo considerado, nos (1) o componente desconhecido pode alternar entre escala utilizada, a medida do desenho (planta ou planta) e a medida real.

(EF07M38) Investigar se duas expressões algébricas, obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica, são ou não equivalentes, justificando seus procedimentos (SÃO PAULO, 2017, p. 114).

Neste objetivo para descrever a regularidade pode-se a partir do raciocínio proporcional inferir sobre a existência ou não de fator de proporcionalidade conforme descrito em Lima (2012) com o intuito de verificar a correspondência entre as expressões. Vale ressaltar que a equivalência em uma equação algébrica pode ser expressa segundo Lesh, Post e Behr (1988) como uma proporção mesmo que os dois lados da equação não sejam simétricos ($\frac{A}{B} = \frac{x}{D}$ equivale a $x = \frac{A \times D}{B}$) o que possibilita nesse caso o uso de (1).

(2) Problemas de comparação

Nos problemas de comparação, em que o objetivo é avaliar as relações ($<$ ou $>$ ou $=$) entre frações.

Problemas de Comparação:

$\frac{A}{B} \leq? \geq \frac{C}{D}$, em que são dados quatro valores e o objetivo é avaliar qual das situações é verdadeira: $\frac{A}{B} < \frac{C}{D}$ ou $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ ou $\frac{A}{B} > \frac{C}{D}$ (LESH; POST; BEHR, 1988, p. 4).

O foco desse problema está centrado na percepção de igualdade e desigualdade entre pares de frações, evidenciando a ordem entre as mesmas, por exemplo, na reta real.

Apresentamos a seguir os OAD que podem utilizar esse tipo de problema como aporte para o raciocínio proporcional.

(EF07M07) Analisar, interpretar, formular e solucionar problemas em contextos da educação financeira que envolvam as idéias de porcentagem, acréscimo simples e de decréscimo simples e validar a adequação dos resultados por meio de estimativas ou tecnologias digitais (SÃO PAULO, 2017, p. 111).

Nesse OAD, os (2) podem ser utilizados como ferramenta que propicia oportunidades de análise sobre taxas de acréscimo e decréscimo, que expressas por razões de denominador cem (porcentagem), podem contribuir para a tomada de decisão na solução de problemas.

(EF07M16) Descrever, interpretar e representar a localização ou a movimentação de pontos no plano cartesiano, utilizando coordenadas cartesianas (SÃO PAULO, 2017, p. 112).

Os (2) podem contribuir com a representação e localização de pontos no plano cartesiano, pois, potencializam a habilidade de identificar números (racionais) maiores e menores facilitando a localização de coordenadas no plano cartesiano.

(EF07M29) Investigar mudanças que ocorrem com o perímetro ou a área de um quadrado ao se ampliar ou reduzir as medidas de seus lados (SÃO PAULO, 2017, p. 113).

Para as investigações de quadrados, as noções desenvolvidas nos (2) propiciam o entendimento de redução e ampliação, utilizando a representação fracionária aumentando o repertório e promovendo conexões ricas entre a geometria e a representação numérica.

(3) Problemas de transformação

Os problemas de transformação têm o objetivo de levar o estudante a gerar uma razão equivalente à outra dada, por meio de transformações (aritméticas ou algébricas). Segundo Lesh, Post e Behr (1988) podem ser de dois tipos:

- a) Alteração de raciocínio: é dada uma equivalência $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$. Depois aumenta-se ou diminui-se uma certa quantidade de um ou dois dos quatro valores A, B, C ou D e o objetivo é decidir qual a relação (<, > ou =) que é agora verdadeira.
- b) Transformações para obter uma igualdade: É dada uma desigualdade sob a forma $\frac{A}{B} < \frac{C}{D}$. Depois, para cada um dos valores A,B,C ou D, um valor x deve ser determinado, de modo a que, por exemplo $\frac{(A+x)}{B} = \frac{C}{D}$ (LESH; POST; BEHR, 1988, p. 5).

Em relação aos problemas de transformação os mesmos autores, salientam “cada vez que um objeto é transformado, perde-se ou se ganha alguma informação, a questão é saber se a informação alterada é de interesse” (LESH, POST e BEHR, 1988, p. 10). Por exemplo, ao transformar uma razão que se encontra em sua forma irredutível para outra múltipla da primeira ganha-se a informação em outro intervalo. A percepção da variação entre as razões envolvidas na proporcionalidade neste tipo de problema é fundamental, pois, contribui para o trabalho de produzir o fator de proporcionalidade que é a estrutura básica da proporção. Sobre isso Lesh, Post e Behr (1988) apontam.

Parece-nos que o reconhecimento de uma semelhança estrutural é uma componente essencial do raciocínio proporcional. Deste modo as questões relacionadas com a transformação estrutural e a invariância deviam ser os assuntos importantes para o raciocínio proporcional, mesmo nos níveis mais elementares (LESH; POST; BEHR, 1988, p. 11).

Esse tipo de problema centraliza o foco em investigações sobre a estrutura proporcional das razões o que potencialmente contribui para desenvolvimento do raciocínio proporcional, mostrando um aspecto de problemas de proporção que não necessariamente se preocupa em determinar o valor da incógnita x .

Apresentamos a seguir os OAD que podem utilizar esse tipo de problema como aporte para o raciocínio proporcional.

(EF07M04) Analisar, interpretar, formular e solucionar problemas com números naturais, inteiros e racionais envolvendo os diferentes significados das operações (SÃO PAULO, 2017, p. 111).

Neste OAD, os (3) podem ser trabalhados no conjunto dos números racionais envolvendo operações de adição ou subtração nos numeradores das frações com o intuito de propiciar uma fração equivalente mantendo a similaridade estrutural.

(EF07M10) Identificar diferentes usos para as letras ou símbolos, em situações que envolvam generalização de propriedades, incógnitas, fórmulas, relações numéricas e padrões (SÃO PAULO, 2017, p. 112).

Os (3) enquadram-se em (EF07M10), pois, as transformações solicitadas nos problemas permitem o uso de diferentes letras e símbolos, mantendo a regularidade de propriedades e relações que também é característica na proporção.

(EF07M38) Investigar se duas expressões algébricas, obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica, são ou não equivalentes, justificando seus procedimentos (SÃO PAULO, 2017, p. 114).

Para justificar a equivalência ou não de expressões algébricas, os (3) contribuem para a justificativa dos procedimentos, pois, fazem uso de manipulações algébricas para encontrar a similaridade ou não das expressões.

(4) Problemas de valor médio

No Currículo da Cidade, a organização em eixos contribuiu para a inserção deste tipo problema, pois, favorece o trânsito da proporcionalidade na estatística. Segundo Lesh, Post e Behr (1988) nesses problemas,

São dados dois valores e o objetivo é encontrar um terceiro.

- a) Média geométrica: $\frac{A}{X} = \frac{X}{D}$
b) Média harmônica: $\frac{A}{B} = \frac{(A-x)}{(x-B)}$
(LESH; POST; BEHR, 1988, p. 4).

Embora abarque características dos problemas de valor omisso o objetivo está centrado em medidas de tendência central e são possíveis muitas aplicações em diversos conceitos.

Apresentamos a seguir os OAD que podem utilizar esse tipo de problema como aporte para o raciocínio proporcional.

(EF07M23) Compreender média aritmética, moda e mediana como medidas de tendência central. [...]

(EF07M24) Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média aritmética, moda e mediana) (SÃO PAULO, 2017, p. 113).

Nos OAD, (EF07M23) e (EF07M24) os (4) além de ampliar o escopo das medidas de tendência central combinados com elementos estruturais de proporcionalidade, os (4) podem ser sugeridos em contextos familiares aos estudantes, por exemplo, ao trabalhar a média harmônica reforçamos a ideia de grandeza inversamente proporcional amplamente trabalhada na relação velocidade e tempo, onde ao aumentar a velocidade de um móvel o tempo diminui proporcionalmente para percorrer uma distância.

(EF07M39) Investigar algumas características do trabalho científico, em situações reais, como a identificação de um tema relevante para ser investigado e organizar questões de pesquisa sobre esse tema (SÃO PAULO, 2017, p. 114).

Em problemas de pesquisa com características do trabalho científico as medidas de tendência central são ferramentas úteis para realçar aspectos importantes de uma investigação, uma revisão nos (4) contribui para uma visão holística das situações que envolvem proporção e estatística.

(5) Proporções que envolvem a conversão entre razão, taxa e frações.

Os problemas de proporção que envolvem conversão entre razão, taxa e frações, são segundo Lesh, Post e Behr (1988) os problemas que solicitam a mudança de razão para taxa ou para fração ou que buscam a mudança desses elementos em ordens diferentes, por exemplo, "A razão entre rapazes e moças na turma é de 15 para 12. Qual é a fração de rapazes na turma?" (LESH, POST e BEHR, 1988, p. 5)

Apresentamos a seguir os OAD que podem utilizar esse tipo de problema como aporte para o raciocínio proporcional.

(EF07M04) Analisar, interpretar, formular e solucionar problemas com números naturais, inteiros e racionais envolvendo os diferentes significados das operações (SÃO PAULO, 2017, p. 111).

A conversão entre razão, taxa e frações são muito importantes na análise, interpretação, formulação e solução de problemas com números racionais, pois, facilitam o manejo dos números em operações em que os dados de determinado problema são apresentados de um modo (razão, taxa e fração) e solicita a resposta de outro.

(EF07M06) Calcular o resultado das operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com expoente inteiro positivo) envolvendo números naturais, inteiros e racionais na representação fracionária e decimal, por meio cálculo mental, estimativas,

aproximações, arredondamentos, técnicas operatórias convencionais e tecnologias digitais, analisando a razoabilidade do cálculo e validando os resultados (SÃO PAULO, 2017, p. 111).

No cálculo das diversas operações envolvendo números racionais na representação fracionária e decimal, as (5) permitem a apresentação de atividades em diversos contextos onde as frações, taxas e razões podem ser exploradas, facilitando o trânsito entre as representações, potencializando técnicas de cálculo e enriquecendo o repertório de aplicações.

(EF07M25) Solucionar problema que inclua noções de espaço amostral e de probabilidade de um evento, apresentando respostas por meio de representações fracionárias ou porcentagens (SÃO PAULO, 2017, p. 113).

Em probabilidade as medidas de incerteza são comumente apresentadas em fração e porcentagem, desse modo as (5) reforçam os conceitos de frequência relativa tratado em estatística, ampliam as conexões entre conceitos matemáticos contribuindo com "a aptidão para reunir e processar mentalmente diversos conjuntos de informação" (LESH; POST; BEHR, 1988, p. 1).

(EF07M27) Planejar e realizar pesquisa amostral e produzir relatórios de pesquisa, apresentando os dados em formas de tabelas simples ou de entrada dupla entrada ou gráficos de colunas ou barras (simples ou múltiplas), de linhas, pictóricos e de setores, que sejam apropriados à situação (SÃO PAULO, 2017, p. 113).

As (5) não só propiciam oportunidades para conversão entre razão, taxa e fração, mas podem apoiar também com o seu domínio a traduzir informações para a confecção de gráficos, por exemplo, que necessitem a mudança de representação dos dados para porcentagem.

(6) Proporções que envolvem unidades de medida assim como números.

Os problemas de proporção que envolvem unidades de medida propiciam aplicações em contextos familiares aos estudantes e em outras ciências. As unidades de medida são utilizadas para quantificar e medir e para isso, fazem uso de diversos tipos de escalas que podem medir o tempo, massa, velocidade, intensidade luminosa, volume entre tantas outras unidades.

Apresentamos a seguir os OAD que podem utilizar esse tipo de problema como aporte para o raciocínio proporcional.

(EF07M30) Solucionar e elaborar problemas que envolvam a conversão de unidades de medidas usuais (SÃO PAULO, 2017, p. 113).

Este objetivo pode amplamente se servir das (6), pois além de estabelecer o uso das unidades de medida nos contextos apropriados, reforça os conceitos de representação de um número (decimal, fracionária entre outras).

(EF07M32) Indicar o volume de um recipiente em forma de bloco retangular pela contagem de unidades cúbicas de medida (SÃO PAULO, 2017, p. 113).

O volume de um recipiente pode ser representado de diversas formas, entretanto nesse objetivo a questão é a representação do volume de um bloco retangular por meio de unidades cúbicas, a solução pode ser desenvolvida utilizando o raciocínio proporcional por meio da percepção da relação de proporcionalidade entre cada unidade cúbica com todo o bloco retangular. As (6) fornecem subsídios para enriquecer essas discussões em torno das relações.

(EF07M33) Localizar, em plantas e mapas, a escala adotada e solucionar problemas envolvendo esse conceito (SÃO PAULO, 2017, p. 113).

Sendo a escala uma relação de proporcionalidade entre medida de um desenho e a sua imagem real, as medidas consideradas na razão nem sempre são tomadas na mesma unidade de medida, o que pode ser tratado nas (6) apoiando o trabalho de conversão entre unidades de medida.

(7) Problemas de conversão entre sistemas de representação

Os autores apontam que neste tipo de problema “a razão é representada num sistema de representação e o objetivo é representar essa mesma relação noutro sistema de representação” (LESH; POST; BEHR, 1988, p. 5). Como exemplo ilustra com o seguinte problema.

A Susana pode andar 15 milhas em 5 horas.
A razão entre milhas por hora é de:
a) 5 para 15
b) 10 para 5
c) 3 para 1
d) Nenhuma das alíneas anteriores
(LESH; POST; BEHR, 1988, p. 6).

Os autores supracitados defendem ainda que, mesmo que o problema proponha apenas um sistema de representação as respostas dos estudantes podem envolver traduções diversas produzindo várias conversões.

Apresentamos a seguir os OAD que podem utilizar esse tipo de problema como aporte para o raciocínio proporcional.

(EF07M07) Analisar, interpretar, formular e solucionar problemas em contextos da educação financeira que envolvam as idéias de porcentagem, acréscimo simples e de decréscimo simples e validar a adequação dos resultados por meio de estimativas ou tecnologias digitais (SÃO PAULO, 2017, p. 111).

As taxas nos problemas de educação financeira podem ser expressas por números decimais e taxas percentuais, de modo que o trabalho em (7), ajudam na interpretação e na análise de dados dos problemas.

(EF07M25) Solucionar problema que inclua noções de espaço amostral e de probabilidade de um evento, apresentando respostas por meio de representações fracionárias ou porcentagens (SÃO PAULO, 2017, p. 113).

A probabilidade é uma relação de proporcionalidade entre o número de elementos de um evento e o número de elementos do espaço amostral, de modo que pode ser representado por um número na forma de razão, fração, decimal e percentual. Os (7) podem ser aplicados em contextos de probabilidade, pois favorecem o trânsito entre essas diferentes representações.

Considerações

Analisamos nos OAD do Currículo da Cidade a correspondência entre os mesmos com os problemas de proporção para desenvolvimento do raciocínio proporcional descritos em Lesh, Post e Behr (1988), e encontramos muitas oportunidades onde os problemas podem ser aplicados no intuito de apresentar a proporcionalidade via raciocínio proporcional de modo que a mesma seja um conceito base para muitos outros, sobretudo nos estudo das funções e na previsão do comportamento de determinados eventos que preservam sua estrutura em um amplo intervalo.

No estudo do referencial teórico surgiu uma grande oportunidade de aprofundamento do novo documento curricular o que constitui rica experiência para formação continuada de professores, no entanto, o fato do Currículo da Cidade ter sido sancionado em 2017 agrega um trabalho atualizado de muitos pesquisadores o que vai de encontro com as necessidades reais e atuais de nossos estudantes.

De acordo com os objetivos propostos, a análise traz elementos substanciais para a inserção do raciocínio proporcional não só em conteúdos de proporcionalidade, mas em uma variedade de conteúdos em que se faz necessária à leitura analítica de dados, comparação entre razões, inferência sobre o padrão de variação entre grandezas relacionadas e a predição de valores omissos.

Em Lesh, Post e Behr (1988) os autores ressaltam a inferência e a predição correlacionadas ao raciocínio proporcional, e de fato, a compreensão das relações de proporcionalidade pelo raciocínio proporcional pode em sentido amplo ajudar a prever o comportamento de determinadas funções e contribuir com o trabalho de estimativas, ancorando todo um sistema de raciocínios algébricos.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Conselho de Educação Básica. **Resolução CNE/CEB n. 4**, de 13 de julho de 2010. Estabelece as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica. Diário Oficial da União, 9 de julho de 2010. Disponível em http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/rceb004_10.pdf. Acesso em 9 set 2020.

FIORENTINI, D. LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. Ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

LAMON, S. **Teaching fractions and ratios for understanding: essential content knowledge and instructional strategies for teachers**. 3th ed. New York: Routledge, 2012.

LESH, R.; POST, T.; BEHR, M. Proportional Reasoning. In: HIEBERT, J.; BEHR, M. (ed.). **Number concept and operations in the middle grades**. Reston: Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics, 1988. p. 93-118.

LIMA, E. L. *et al.* **Temas e problemas elementares**. 3. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2012. (Coleção do Professor de Matemática)

MACHADO, N. J. **Sementes 1 # matemática: ideias fundamentais**. Diário de Achados e Perdidos, 2015. Disponível em <https://www.nilsonjosemachado.net/sementes-1-matematica-ideias-fundamentais>. Acesso em 9 set 2020.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

MINAYO, M. C. S. (org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. Petrópolis: Vozes, 2016.

SACRISTAN, J. G. **O currículo**: uma reflexão sobre a prática. 3. ed. Trad. de Ernani F. da Fonseca Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SÃO PAULO. Secretária Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Currículo da Cidade**: Ensino Fundamental: Matemática. São Paulo: SME/ COPED, 2017.